УДК 372.851

МИКАЕЛЯН Гамлет Суренович,
доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор,
зав кафедрой математики и методики ее преподавания,
Армянский государственный педагогический университет имени Х. Абовяна,
Республика Армения
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

ЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ НАУЧНОЙ ЭСТЕТИКИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Научные или математические признаки прекрасного, предложенные Ф. Хатчесоном и его последователями, являясь одним из основных средств выявления его эстетического потенциала, имеют широкое применение в математическом образовании. С этих позиций целесообразно произвсти некоторую класификацию предложенных признаков. Некоторая часть этих признаков относится к объектам той или иной области, либо нескольких областей науки – это свойства данных объектов. Такие признаки мы называем объективными признаками научной эстетики. Объективные признаки научной эстетики, в свою очередь, могут быть разделены на части – образующие, объединяющие и логические. Логические признаки научной эстетики особенно ярко выражают свою эстетическую привлекательность в математике и логике. Это логическая строгость, четкость, простота и сведение сложного к простому. В данной работе мы рассматриваем проявления указанных признаков в процессе обучения математике.

***Ключевые слова**: обучение математике, признаки научного прекрасного, строгость, четкость, простота.*

Введение. Несмотря на то, что вопрос о наличии прекрасного в науке рассматривался еще с древних времен, специальные исследования о научном прекрасном впервые встречаем у шотландского философа XVIII века Фрэнсиса Хатчесона. Как Хатчесон, так и последующие исследователи для характеристики научной эстетики выделяют некие признаки и стараются оценить привлекательность научного объекта, исходя из наличия или отсутствия данных признаков. При этом, разные исследователи рассматривают различные признаки научной эстетики и исповедуют диаметрально противоположные подходы к эстетической оценке одного и того же признака. Все исследователи, начиная с Ф. Хатчесона, отмечали особую роль математики в проявлении и раскрытии научной эстетики и в большинстве случаев научное прекрасное просто представляли в виде математического прекрасного [1; 2].

Ряд признаков научной эстетики относится к объектам той или иной области, либо нескольких областей науки – это свойства данных объектов. К таковым относятся симметрия, гармония, оптимальность, логическая строгость, четкость и т.д. Такие признаки мы называем объективными признаками научной эстетики.

Другую часть научной эстетики составляют те признаки, которые проявляются в результате двусторонних отношений субъекта и объекта и выражают ту или иную сторону психики субъекта: познание, деятельность и т.д. К ним можно относить, например, неожиданность, полезность, любознательность и так далее. Подобные признаки мы называем субъективными признаками научной эстетики.

Очевидно, что данная классификация относительна. Признаки порядка, гармонии, симметрии в математическом объекте как таковые могут быть замечены некоторыми людьми, другие же, наоборот, оставаться совершенно не замеченными, либо не воспринимаемыми. С другой стороны, восприятие математического объекта для одного может быть неожиданным, для другого – нет, от одного это будет требовать больших усилий, а другому будет даваться легко. Так или иначе, объективность либо субъективность признака научной эстетики для каждого конкретного случая может легко различаться, а такая классификация может помочь нам в исследовании научного прекрасного.

Объективные и субъективные признаки научной эстетики, в свою очередь, могут быть разделены на части. Первая группа объективных признаков научной эстетики включает в себя образующие элементы природы: порядок, симметрия, сравнение, гармония, ритм, оптимальность, стабильность и т.д. Назовем эти признаки *образующими признаками* научной эстетики.

Вторая группа включает в себя единство разнообразий, всеобщность, математическую запись научных закономерностей, революционные шаги, и так далее. Назовем эти признаки *объединяющими признаками* научной эстетики.

Третья группа признаков, которую составляют логическая строгость, четкость, простота, сведение сложного к простому, относится к научному языку. Эти признаки особенно ярко выражают свою эстетическую привлекательность в математике и логике. Их мы называем *логическими признаками* научной эстетики. В данной работе мы рассмотрим логические признаки математической эстетики.

Логическая строгость. Обычно математические рассуждения образуются по законам и правилам логики, что придает изложению этих рассуждений логическую строгость. Логическая строгость, в свою очередь, обеспечивает математическому знанию надежность, помогает избежать заблуждений, позволяет отыскивать пути, ведущие к истине. В то же время математика придает логическую строгость и исследованиям во всех тех науках, в которых она используется. В научном мире даже существует точка зрения, что научные результаты, полученные без использования математики, не могут считаться надежными.

Указанные выше причины делают математическое знание желательным и полезным, придавая ему большую эстетическую привлекательность. Логическая строгость свойственна математике и относится ко всем математическим объектам: понятиям, формулировкам теорем и задач, а также их доказательствам и решениям задач [3, с. 366–404].

В отличие от собственно математики, в школьном ее обучении признак логической строгости должен соответствовать дидактическим принципам, которые требуют основываться на возрастных особенностях учащихся, их знаниях и способностях восприятия математического материала, следования этому важному научному и эстетическому признаку. Он весьма слабо выражен в начальной школе, но усиливает свое присутствие на следующих образовательных степенях.

Следует отметить, что логическая строгость неоднородно реализуется и в обучении отдельным темам. В изложении основного математического материала она выражается более полно, но в частях, посвященных практическому применению, выражается слабо.

На начальном этапе обучения математике признак логической строгости формирует у учащегося осознание возможности ошибаться или не ошибаться при конструировании суждений, определяет основы безошибочных суждений. Уже на данном этапе математика становится для учащегося мерой выражения истины.

В средней школе учащийся знакомится с некоторыми способами дедуктивного метода умозаключений. Здесь главную роль играет доказательство – «искусство математики», которым обладает курс геометрии, где доказательство впервые выступает в качестве способа подтверждения истины, а процесс вывода из фактов, методы его реализации проявляются с большой интенсивностью. Следует отметить, что при соответствующем изложении учебного материала похожие возможности открываются также и в курсе алгебры, что повышает ее эстетическую привлекательность в обучении [4–6].

Эстетический признак логической строгости обретает широкие возможности в выражении в курсе алгебры средней школы при включении в него элементов логики. В этом случае четкие определения истинностных значений суждений, а также суждений, полученных посредством логических связок, наличие других элементов логики создают крепкую основу для обоснованных, аргументированных умозаключений (подробнее об этом изложено в [5; 7]).

Потенциал математики в формировании прекрасного посредством признака логической строгости получает особую силу, качество и эстетическую привлекательность в процессе применения математических методов умозаключений в старшей школе. Здесь, в доказательствах, проводимых посредством индукции, аналогии и других методов, логическая строгость обретает новые оттенки и сочетается с эстетическими признаками единства разнообразий и всеобщности. Действительно, если формулы общих членов, либо сумм арифметической и геометрической прогрессий в средней школе «доказываются» (выводятся) посредством неполной математической индукции, то в старшей школе эту и подобные формулы возможно обосновать уже посредством применения математической индукции.

Четкость. Четкость мысли, ее вразумительное изложение являются необходимым условием как для ее восприятия, так и для эстетической привлекательности. Без четкости даже самая очаровательная история теряет свою привлекательность. Нечеткое изложение материала может сделать его непонятным.

Результаты научных исследований ученого обычно представляются и излагаются не таким образом и не в таком порядке, как они были получены. Здесь требуется мастерство изложения, что, в первую очередь, обусловлено четкостью. Великие мыслители, как правило, способны четко излагать не только полученные ими результаты, но и соответствующие области науки. Одним из главных условий успеха является четкость изложения.

Требуемая для математики четкость – это, в первую очередь, однозначные, ограждающие от неопределенности и порочных кругов определения понятий; это четкое представление их содержания, рассмотрение родовой и видовой принадлежности к другим понятиям, их объема и примеров вне этого объема; четкое формулирование суждений и однозначность определения их истинностных значений; возможность однозначного восприятия умозаключений, теорем; аргументированность доказательств и т.д. Выполнение всех этих требований придает изложению математического материала эстетическую привлекательность.

Эстетический признак четкости особенно важен и ярко выражен в процессе обучения. Здесь формируется и получает дальнейшее развитие человеческое мышление. Каким оно будет в будущем, обретет ли человек свое самое большое богатство – культуру четкой, аргументированной речи – зависит от процесса обучения. И в процессе формирования этой культуры, так же, как и одного из важных ее компонентов – четкости, первостепенное значение имеет процесс обучения математике. Математическая деятельность формирует уникальную, идеальную меру четкости, соответствие которой если не обязательно, то желательно для успешной деятельности в научной, политической, правовой и других областях. Из-за несоответствия данному критерию часто бывает сложно понять, например, смысл различных суждений, продуцируемых в гуманитарных областях знаний либо на политической арене.

Использование логического инструментария имеет большое значение для четкого изложения школьного курса математики. Без знания основ логики сложно достичь четкого, аргументированного изложения математического материала также, как без знания грамматических правил нелегко правильно строить предложения и суждения на родном языке.

Действительно, попробуйте без знания этих элементов выяснить, истинна ли формула $2 \leq 2$, или формула $1 = \pm 1$. Опыт показывает, что большинство учителей, по сути, не понимает смысл (значение) знака $\leq$, хотя этот вопрос проясняется с помощью понятия логической суммы. Действительно, формула $2 \leq 2$ является логической суммой «$2 < 2$ или $2 = 2$» формул $2 < 2$ и $2 = 2$, которая истинна лишь в том случае, когда истинна хотя бы одна из ее частей. В данном случае в формуле «$2 < 2$ или $2 = 2$» истинна ее компонента $2 = 2$, из чего следует, что истинна также формула «$2 < 2$ или $2 = 2$» или же ее сокращенная запись $2 \leq 2$. Таким же образом формула $1 = \pm 1$ является логической суммой «$1 = 1$ или $1 = -1$» формул $1 = 1$ и $1 = -1$, которая будет истинной, поскольку истинной является ее первая компонента.

Приведем еще один пример. Для конструирования отрицания суждения «Айк является отличником» можно поставить логическую связку «не» перед глаголом «является». В результате мы получаем требуемое отрицание: «Айк не является отличником»[1].

А как сконструировать отрицание суждения «Все ученики класса являются отличниками», куда надо ставить связку «не» в этом случае? Будет ли получено искомое отрицание, если подобно приведенному случаю и здесь поставить связку «не» перед глаголом «является»: «Все ученики класса не являются отличниками»? А решение вопроса вновь кроется в обучении элементам логики.

Вопрос о взаимоотношениях естественного языка с математическим языком подробно рассмотрен в работе [7]. Здесь отметим, например, что представление математического отношения $\leq$ в виде отношения «не больше» вносит в процесс обучения четкость. А замена данного отношения на «не дошел», «недлинный», «недорогой» и другими подобными выражениями в практической сфере дополняет процесс усвоения данного понятия, одновременно иллюстрируя разнообразие и богатство языковых видов, а также создание однозначности и четкости в математическом языке посредством единства разнообразий.

[1] Приведенный «способ» построения отрицания простого атрибутивного суждения «Айк является отличником» (*S* есть *P*) возможен как частность, поскольку не обладает свойством общности. Частица «*не*» может быть соотнесена не только с субъектом *S* суждения (*логическим подлежащим*) или предикатом *P* суждения (*логическое сказуемым*), но и логической связкой (*есть*). В результате имеем: 1) «*Не* Айк является отличником», 2) «Айк *не* является отличником», 3) «Айк является *не* отличником». Очевидно, семантика «отрицания» в каждом из этих случаев будет различаться.
Для устранения подобной неоднозначности при построении отрицаний используют иную форму «*Неправильно, что* Айк является отличником» (*Прим. ред.*)

Таким же образом знак «<», в зависимости от величины измерения измеряемого объекта, в природном языке интерпретируется с помощью терминов «короткий», «узкий», «неглубокий» и других, сложение – «прибавить», «объединить», «углубить», «смешать», «удлинить» и другими понятиями, вычитание – «отнимать», «укорачивать», «замедлять» и другими понятиями – опять же, в зависимости от величины «измеряемого объекта». И здесь процессу обучения придает дополнительную эстетическую привлекательность единство разнообразных языковых выражений посредством отмеченных математических объектов. Наблюдаемые же отношения с естественным языком способствуют не только внесению четкости в математический язык и всестороннему охвату материала, но и процессу овладения родным языком.

Как в математике, так и в ее школьном курсе четкость в первую очередь требует однозначных определений исследуемых понятий. Это не только выражение эстетического признака четкости, но и основа эстетики математики, ее школьного курса и математического языка: без четкого, однозначного понимания сущности понятий математики не существует.

Эстетическая привлекательность четкости ярко выражается также и в математических теоремах. Здесь четкость в первую очередь означает формулировку необходимых условий или же предпосылок, а также их доступное представление учащимся. Очень важно, чтобы учащийся понимал роль каждого условия теоремы в процессе ее доказательства и получения заключения. С технической точки зрения обычно понимание сущности (процесса) доказательства теоремы более сложно, что обуславливает использование инструментов, обеспечивающих четкость – доказательство должно производиться с помощью определенных, четких, последовательных шагов, каждый из которых представляет собой истинное суждение или умозаключение, что в совокупности ведет к заключению теоремы.

Для придания большей ясности признаку четкости в процессе математических рассуждений необходимо обеспечивать сопровождение обучения математического материала суждениями из повседневной жизни либо гуманитарной области, которые, в силу своей неопределенности не воспринимаются однозначно и приводят к различным толкованиям. То же касается и задач: если их условия не являются достаточными для решения или же они нечеткие, то они не воспринимаются, а, следовательно, не может быть получено и решение.

Следует отметить, что эстетический признак четкости выражается параллельно с его восприятием, пониманием. Без понимания материала не может быть четкости и эстетической привлекательности. Отсутствие понимания и механическое воспроизводство материала, являющееся следствием отсутствия четкости, не только не способствует выражению эстетической привлекательности материала, но и приводит к отрицательной эстетической реакции, отталкивает учащегося от материала и от математики в целом. При демонстрации каких-либо знаний учащимся либо в случае диагностирования учителем каких либо знаний учащихся (даже в случае успеха) наблюдаются отрицательные последствия: обученный стандартным ответам учащийся не только легко забывает воспроизведенное, как и впоследствии (в жизни или же в профессиональной деятельности) привыкает к необдуманным, поверхностным действиям без проникновения вглубь явлений. Следовательно, учитель обязан не выуживать из учащегося ответ, исправляя одно-два слова, а объяснять сущность материала, исходя из эстетического признака четкости, исправлять ошибки, если они были допущены.

Простота. Еще древнеримский поэт Гораций считал простоту эстетическим признаком искусства. Что касается математики, то известна точка зрения, что математическая деятельность является сложной, т.е. (на первый взгляд) далекой от простоты, следовательно, от эстетического признака простоты. Но именно простота или же эстетический признак простоты являлись одной из главных движущих сил, которая наряду с эстетическим признаком четкости обеспечила беспрецедентное развитие математики.

Действительно, для однозначного, избавленного от неопределенностей представления суждений в математике действует принцип четкости, который обычно реализуется посредством большого количества символов. Однако большое количество символов часто препятствует восприятию сути математического материала, однако посредством специальных приемов математика, приходит к определенным упрощениям.

Рассмотрим, например, записи одного и того же выражения в виде 2+3·4–6:3 и (2+(3·4))–(6:3) и попробуем выяснить, который из них более эстетичен и какой смысл имеет его «эстетика».

Первое из выражений не отличается каким-либо эстетическим признаком, в то время как во втором выражении есть три пары правых и левых скобок, расположенных симметрично, что придает выражению определенную внешнюю привлекательность.

Однако каждый, кто занимающийся математической деятельностью, предпочтет иметь дело не со вторым, а с первым выражением. Почему? Дело в том, что основная цель каждой математической записи не вызывать внешний эффект, а реализовывать процедурную (или иную) сущность этой записи, в данном случае – выполнение действий. Потому и запись будет восприниматься как хорошая, предпочтительная и эстетичная в том случае, если она упрощает процесс, «за ней стоящий».

Первое из выражений является упрощенной записью второго, полученным освобождением выражения от скобок и применения правил, определяющих порядок выполнения действий. Если мы не будем применять такие правила, то обилие скобок в выражениях или формулах, диктуемое требованием признака четкости, будет препятствовать восприятию математической сущности выражения или формулы, усложнит совершаемые действия. Соответственно, упрощение ведет к облегчению восприятия и действий, а внешний вид «объекта» делает его эстетически привлекательным.

Вся история математики – это и история поиска символов, записи, уточнения и упрощения с их помощью математических выражений и формул. Достаточно проследить за процессом развития математического языка, сравнить различные виды представления одних и тех же математических объектов на их различных этапах их существования, чтобы оказалось видным их внешнее эстетическое развитие.

Попробуйте прочесть работы математиков прошлого. В них изложение даже простых фактов замысловато и трудно понимается, иногда читателю требуется мастерство дешифратора. Причина – язык их представления.

Математический язык достиг своего сегодняшнего совершенства в результате многовековой работы величайших математиков, а главная стимулирующая сила и эстетическая привлекательность полученных результатов обусловлены их четкостью и простотой. Смело можно утверждать, что без этого эстетического прогресса не был бы возможен и прогресс математики. Достаточно, например, сравнить числа и производящиеся с ними действия, когда они представлялись в римской и арабско-индийской или позиционной записи.

Действительно, попробуйте умножить друг на друга два числа, записанные в римской нумерации, или же, что еще сложней, выполнить деление одного из них на другое. Последний процесс настолько сложен, что в средние века существовала отдельная математическая профессия для выполнения действия деления. Другой пример встречается в средневековой Армении, где одной из серьезных услуг величайшего математика Анания Ширакаци было составление таблицы действий с натуральными числами. И только сегодня, благодаря позиционной записи чисел и соответствующим процедурам, отмеченные действия не представляют сложности даже для учеников начальной школы.

Сведение сложного к простому. Ясность, простота, ее наличие делает процесс эстетичным, а сложное часто становится непонятным, следовательно, неэстетичным. Поэтому сведение сложного к простому, упрощение следует считать процессом формирования эстетичности. Естественно, совершение открытия в какой-либо области математики требует от математика последовательного процесса и напряжения мысли, иногда перенапряжения, настойчивой ежедневной работы, выражения волевых качеств. Не менее сложным является и ознакомление со сделанными открытиями.

Оно требует не только необходимого напряжения для понимания идей исследователя, но и огромного запаса знаний. И поэтому неудивительно, поскольку работающие в различных областях математики уже давно с трудом или же совершенно не понимают друг друга.

Для урегулирования этого процесса математики предпринимают последовательные шаги в сторону упрощения математического языка. В то же время сама математика, математическое открытие в большинстве случаев совершается посредством редукции сложного к простому, а основная суть математической деятельности сводится к упрощению свойств и взаимоотношений математических объектов.

Великолепным примером выражения признака математической эстетики – сведения сложного к простому – является измерение площадей плоских фигур (а также длин частей кривых, объемов тел). Данный процесс мы начинаем с простейшей фигуры – квадрата, принимая один из них за единицу измерения. Далее, переходя к более сложной фигуре – прямоугольнику, показываем, что площадь прямоугольника равна произведению двух его сторон. Формулу вычисления площади прямоугольника в дальнейшем используем для вычисления площади треугольника и т.д.

Подобным образом организованный «вычислительный процесс» сведения сложного к простому, как и его результат, имеющий вполне определенную практическую значимость, был известен еще в Древнем мире: Египте, Месопотамии, Античной Греции. Процесс приведения суждений в них довольно прост, легко воспринимается и, следовательно, его эстетическая привлекательность не велика.

Однако же площадь окружности вычислить посредством подобных суждений невозможно. Для достижения необходимого результата процесс требует некоего революционного шага, неожиданности, а также иных признаков «математической эстетики» и, естественно, гениальности в реализации этого процесса, которая была дана ученику Платона Евдоксу Книдскому.

В своем методе исчерпывания Евдокс обосновывает не только способ вычисления площади окружности, но и, по сути, закладывает первоосновы идеи предела, как и в целом математического анализа. Однако правильная математическая формулировка полученных результатов стала возможной лишь через две тысячи лет после Евдокса, когда европейская математическая мыль силами Ньютона, Лейбница и других математиков придала математическому языку современный вид. На этом языке площадь окружности представляется как предел последовательности площадей вписанного в нее правильного n-угольника, где n стремится к бесконечности. Впоследствии, с введением идеи интеграла, стало возможным вычисление площадей более сложных фигур.

Подобный процесс сведения сложного к простому является блестящим примером математического подхода, чья эстетическая привлекательность очевидна.

При обучении математике эстетический признак в первую очередь проявляется в процессе усвоения понятий. Рассмотрение примера и контрпримера для любого понятия уже является сведением сложного к простому. Поэтому учитель должен сопровождать введение каждого понятия рассмотрением примеров, относящихся к его объему, причем до введения самого понятия. В основном подобным образом определяются понятия через ближайший род и видовые отличия.

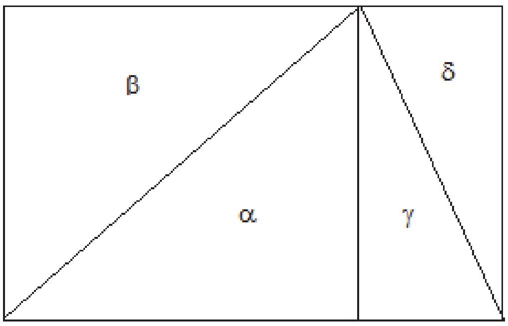
Эстетический признак сведения сложного к простому проявляется также и в применении определений. Например, обоснование необходимости введения и обучения основополагающего понятия в математике – числа, его усвоение – чрезвычайно сложно реализуемые процессы, которые становятся более понятными и реализуемыми в первую очередь благодаря практическому применению чисел. Сказанное относится не только к введению натуральных чисел посредством счета предметов и нумерации в начальной школе, но и к более сложным практическим применениям идеи числа в старших классах.

Сведение сложного к простому, как эстетический признак, широко используется в математических теоремах и их доказательствах. Применение любой математической теоремы уже само представляет собой сведение сложного к простому.

Например, как подсчитать объем такого тела, как конус? С первого взгляда соответствующий процесс является сложным, однако с помощью определенных математических приемов он сводится к простой формуле $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. И эстетичность здесь проявляется не только в простом виде данной формулы, но и в возможностях ее использования.

Великолепным примером сведения сложного к простому является вычисление площади треугольника на уроке геометрии.

Известно, что для получения площади прямоугольника выбирается единица измерения – квадрат. С помощью последовательных шагов (дробления квадрата на более мелкие квадраты и «замощения» ими прямоугольника), т.е. сведения сложного к простому, определяется площадь прямоугольника как произведение его двух сторон.



А как поступить в случае с треугольником? На первый взгляд решения задачи кажется невозможным, так как треугольник никаким образом невозможно «замостить» квадратами, как бы мы их не уменьшали.

Однако мы можем сделать неожиданный шаг: не квадрат или прямоугольник вписываем в треугольник, а треугольник «вписываем» в прямоугольник, как показано на рисунке. Очевидно, этот неожиданный и непредсказуемый шаг (наличие соответствующих эстетических признаков) значительно повышает эстетическую привлекательность решения задачи.

На чертеже видно, что треугольник α равен треугольнику β, а $\gamma=\delta$. Но данный треугольник равен объединению треугольников α и β, а прямоугольник – объединению треугольников α, β, γ и δ. Следовательно, площадь треугольника будет равна половине площади прямоугольника.

С другой стороны площадь прямоугольника равна произведению его двух сторон. Одна из сторон является основанием треугольника, а вторая равна высоте треугольника. Откуда следует, что площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

Таким образом, доказательство последнего суждения сведено к цепочке достаточно легких суждений, то есть сложное к простому. Если же кому-то представленные суждения покажутся сложными, то можно совершить дальнейшие упрощения.

Эстетический признак сведения сложного к простому в методике преподавания, учебниках, мастерстве учителя должны быть направлены на поиски и нахождение путей реализации важной педагогической и эстетической формулы, использование которой обеспечивает повышение эстетической привлекательности изучаемого материала, как и урока в целом.

Список использованной литературы

1. Гусева Н.В. Теоретические и методические основы раскрытия эстетического потенциала школьного курса математики в 5–6 классах: дис. … канд. пед. наук / Н.В. Гусева. – Арзамас, 1999. – 212 с.
2. Родионов М.А. Эстетическая направленность обучения математике и пути ее актуализации / М.А. Родионов, Е.В. Ликсина. – Пенза : ПГПУ им. В.Г. Белинского, 2003. – 188 с.
3. Микаелян Г.С. Прекрасное и образовательный потенциал математики / Г.С. Микаелян. – Ереван : Эдит Принт, 2015. – 444 с. (на армянском языке).
4. Микаелян Г.С. Алгебра–7. Учебник для общеобразовательной школы / Г.С. Микаелян. – Ереван : Эдит Принт, 1999. – 296 с.; 2006. – 304 с. (на армянском языке).
5. Микаелян Г.С. Алгебра–8. Учебник для общеобразовательной школы / Г.С. Микаелян. – Ереван : Эдит Принт, 2000. – 296 с.; 2007. – 304 с. (на армянском языке).
6. Микаелян Г.С. Алгебра–9. Учебник для общеобразовательной школы / Г.С. Микаелян. – Ереван : Эдит Принт, 2001. – 304 с.; 2008. – 304 с. (на армянском языке).
7. Микаелян Г.С. Проблемы обучения алгебре / Г.С. Микаелян. – Ереван : Эдит Принт, 2003. – 184 с. (на армянском языке).

References

1. Guseva, N.V. (1999). *Theoretical and methodological foundations of aesthetic potential disclosure of school mathematics in grades 5–6*. (Ph.D Dissertation). Arzamas. (in Rus.).
2. Rodionov, M.A., Liksina, E.V. (2003). *Aesthetic orientation of the teaching of mathematics and the ways of its actualization*. Penza: V.G. Belinsky Penza State Pedagogical University. (in Rus.).
3. Mikaelyan, G.S. (2015). *Beautiful and educational potential of mathematics*. Yerevan: Edit Print. (in Arm.).
4. Mikaelyan, G.S. (1999, 2006). *Algebra–7. Textbook for secondary school.* Yerevan: Edit Print. (in Arm.).
5. Mikaelyan, G.S. (2000, 2007). *Algebra–8. Textbook for secondary school*. Yerevan: Edit Print. (in Arm.).
6. Mikaelyan, G.S. (2001, 2008). *Algebra–9. Textbook for secondary school.* Yerevan: Edit Print. (in Arm.).
7. Mikaelyan, G.S. (2003). *Algebra Learning Problems.* Yerevan: Edit Print. (in Arm.).

MIKAELIAN Hamlet,
Doctor of Sciences (Pedagogy), Professor,
Head of Chair of Mathematics and its Teaching Methods,
Armenian State Pedagogical University after Khachatour Abovian,
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

LOGICAL FEATURES OF SCIENTIFIC AESTHETICS IN THE TEACHING PROCESS OF MATHEMATICS

Abstract. *Scientific or mathematical features of beauty are proposed by F. Hutcheson and his followers, and they widely used them in mathematical education, being one of the main means of identifying its aesthetic potential. From this aspect, it is valuable to conduct a classification of the proposed features.*

Some of these features are the properties of the objects of the several areas of science. Such features we call objective features of scientific aesthetics. Another part of the scientific features of aesthetics refers to a subject: in this case aesthetics appear as a result of the bilateral relations between subject and object, and expresses one or another side of the psyche of the subject: the knowledge, the activity, surprise, etc. Such features we call subjective features of scientific aesthetics.

The objective and subjective features of scientific aesthetics, can be divided into parts. The first group of objective features of scientific aesthetics, includes forming the elements of nature: order, symmetry, comparison, etc. We call these features forming features of the scientific aesthetics. The second group includes varieties of unity, universality, mathematical notation in scientific laws, revolutionary step, and so on. We call these features unifying feature of scientific aesthetics. The third group of features that make the logical rigor, clarity, simplicity, reduction of complex to simple, refers to the scientific language. These features are most clearly express their aesthetic appeal in Mathematics and logic.

These we call the logical features of scientific aesthetics. In this paper we consider the logical features of mathematical education aesthetics.

Key words: *teaching of mathematics; features of scientific beauty; rigor; clarity; simplicity.*

Одержано редакцією 20.12.2016
Прийнято до публікації 21.12.2016