

УДК 51(07)+159.955

МАЛА Л. О.,

викладач математики,

Вінницький технічний коледж

## ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ МИСЛЕННЯ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СТЕРЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

*У даній статті проаналізовано поняття «задача» з точки зору психології, розглянуто математичну задачу в цілому, та стереометричну задачу зокрема, як модель формування та розвитку мислення учнів. Запропоновано орієнтуватись на наступні етапи процесу розв'язування задачі: вивчення умови задачі, що включає в себе ознайомлення з умовою задачі, розподіл умови на головну і другорядну, переформулювання задачі на «свою» мову, поява першої гіпотези розв'язування задачі, новий рівень вивчення умови з урахуванням попередніх помилок, усвідомлення сутності задачі; пошук розв'язання задачі; перевірка знайденого розв'язку. Розглянуто конкретну стереометричну задачу та проаналізовано всі етапи, які мають відбуватися з мисленням учнів у процесі її розв'язування.*

**Ключові слова:** активізація мислення учня, стереометрична задача, процес розв'язування задачі, організація мисленнєвої діяльності, класифікація задач.

**Постановка проблеми.** Роль процесу розв'язування задач для формування математичних знань та умінь учнів проблема, що не втрачає своєї актуальності. Процес розв'язування стереометричної задачі недооцінюється, якщо вбачати в ньому лише умови накопичення знань та умінь зі стереометрії, не зважаючи при цьому на значну роль процесу розв'язування стереометричної задачі з точки зору психології, зокрема розвитку мислення особистості. Недостатньо методичних рекомендацій щодо організації розв'язування стереометричних задач для вчителів-практиків, які сформульовані на основі результатів наукових досліджень розвитку мислення учнів під час розв'язування стереометричних задач.

Розглянемо процес розв'язування математичної задачі в цілому, та стереометричної задачі, зокрема, як модель формування та розвитку мислення учнів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Процес розв'язування задачі та процес мислення – це два процеси, які невідокремлювані один від одного, які завжди знаходяться поруч. Більшість психологів (А. В. Брушлинський, Б. М. Велічковський, Є. В. Драпак, К. Дункер, Ю. К. Корнілов, О. М. Леонтєвим, О. М. Матюшкін, В. О. Моляко, В. В. Петухов, Я. О. Пономарьов, С. Л. Рубінштейном, К. О. Славська, Р. Солсо, В. Ф. Спірідонов, Н. Ф. Тализіна, Б. М. Теплов, О. К. Тіхоміров, Г. П. Щедровицький) вважають, що будь який процес мислення можна трактувати, як процес розв'язування задачі.

Відомий дослідник математичної творчості Г. Біркгоф [1] стверджував: «Математика, як найбільш розумова галузь науки, має природну спорідненість з психологією – наукою про розум». Мислення є спільним об'єктом розвитку як для психології так і для математики.

**Мета даної статті** – виокремити та проаналізувати психолого-педагогічні особливості організації мислення учнів у процесі розв'язування стереометричних задач.

**Виклад основного матеріалу.** З точки зору психології термін «задача» розуміється неоднозначно. В психологічному словнику задача, трактується як мета діяльності, що поставлена в певних умовах і вимагає для свого досягнення використання адекватних до цих умов засобів [2].

Серед науковців у психології думки щодо трактування поняття «задача» розходяться. Дж. Пойа [3] ілюструє поняття «задача» у такій жартівливій формі: «При сучасному укладі життя добування їжі зазвичай не представляє задачу. Якщо я

зголоднію вдома, то з'їм щось із холодильника, в місті ж – зайду в якусь кафе чи їдальню. Однак зовсім інша справа, коли холодильник порожній або коли я опиняюся в місті без грошей; в таких випадках бажання поїсти призводить до задачі, іноді досить важкої. Взагалі кажучи, бажання може іноді приводити до задачі, а іноді – ні. Якщо одночасно з бажанням в моєму мозку відразу ж, без яких б то не було зусиль виникає очевидне вирішення, за допомогою якого напевно можна здійснити це бажання, то задача не виникає. Якщо ж такого засобу немає, то це – задача. Таким чином, задача передбачає необхідність свідомого пошуку відповідного засобу для досягнення ясно видимої, але безпосередньо недоступної мети. Розв'язання задачі означає знаходження цих коштів».

Г. О. Бал, Я. О. Пономарьов, К. А. Славська, А. М. Сохор та інші включають суб'єкт у саме поняття «задача» безпосередньо, або мають його на увазі, тому без суб'єкта немає й задачі. Зокрема, Г. О. Бал [4] задачі, які призводять до мислення, в найбільш загальному вигляді, визначає, як систему, обов'язковими компонентами якої є: а) предмет задачі, що знаходиться у вихідному стані (або вихідний предмет задачі); б) модель стану предмета задачі згідно з її вимогами. А. М. Сохор [5] обґрунтовано стверджує, що людина починає мислити, міркувати, коли перед нею стоїть якась задача.

Деякі науковці (В. П. Беспалько, Л. Л. Гурова, О. М. Леонт'єв, О. К. Тіхоміров та інші) доповнюють попередню думку, і задачу розглядають, як мету подану в певних умовах. Так, О. К. Тіхоміров [6] вважає, що «психологічно мислення часто виступає як діяльність спрямована на розв'язування задачі, яка визначається зазвичай як мета, задана в певних умовах». Однак, мета, на думку вченого, не завжди задається спочатку, відповідно, мислення – це не просто розв'язування, але і формування задачі, виокремлення її структури. Схожі думки має В. Ф. Спиридонов [7], який вважає, що мислення – це здатність розв'язувати задачі, долаючи проблемні ситуації.

Іншу думку мають такі науковці, як А. В. Брушлинський, О. М. Матюшкін. О. М. Матюшкін розмежовує поняття проблемна ситуація та задача. На думку О. М. Матюшкіна [8], суб'єкт не потрібен для визначення поняття задачі, оскільки вона за своєю структурою є об'єктивно заданим та сформульованим (представлене) у словесній чи знаковій формі відношенням між певними «умовами», що характеризуються як «відоме», і тим, що потрібно знайти, що характеризується як шукане. Проблемна ж ситуація, вважає науковець, характеризується як специфічний вид взаємодії суб'єкта і об'єкта. А. В. Брушлинський [9] пише, що поява задачі, на відміну від проблемної ситуації означає, що, по-перше, вдалось попередньо роз'єднати дане та невідоме, по-друге, чітко зафіксовані початкові умови задачі і завдання (що потрібно довести, знайти, обчислити тощо). З такої точки зору чітко представлена структура задачі: дано – невідомо, умова – завдання.

І. Я. Лернер [10] вказує на три можливі трактування поняття «задача»: як мета; як завдання, що виконується відомими способами при заданих умовах; як завдання, шлях і результат виконання якого (або один з елементів) невідомі, але потребують пошуку за певних умов. Сам же учений більше схиляється до третього трактування.

Отже, можна стверджувати, що немає єдиного тлумачення поняття «задача», з точки зору психології, оскільки під задачею розуміють і вимогу, поставлену перед суб'єктом, і мету його дій, і ситуацію, що охоплює, поряд з метою, умови, в яких вона повинна бути досягнута, і словесний опис такої ситуації. Але у всіх науковців прослідковується думка, що процес розв'язування задачі і процес мислення невід'ємні і супроводжують один одного. Ми погоджуємось з думкою, що результатом розв'язування поставленої задачі перед учнем в школі має бути, зокрема, організована

мисленнева діяльність, наслідком якої є накопичення нових знань умінь та навичок та удосконалення уже набутих.

Постають питання, з методичної точки зору:

- Чи кожна математична задача спонукає мозок учня до активного математичного мислення?
- Як має бути поставлена задача, щоб при її осмисленні та розв'язуванні починалось активне математичне мислення в учня?
- Що важливо пам'ятати, з точки зору психології, при організації процесу розв'язування математичної задачі?

Багато психологів сходяться в думці, що «розв'язати математичну задачу – не означає знайти відповідь», і таке твердження спонукає психологів у більшості випадків стверджувати, що математичне мислення – це вид активного творчого мислення. Але, чи розв'язування будь якої математичної задачі призводить до такої цікавої та важливої мозкової діяльності учня, як активне творче мислення? Відповідь на це питання з точки зору психології очевидна. Варто розмежовувати вправи, приклади та задачі. Вправи та приклади характеризуються своєю алгоритмічністю, поверхневістю та очевидністю, в той час, як задача потребує здогадки, евристики, врахування різних умов.

І. Я. Лернер [10] ознаками будь-якої задачі визначає: а) наявність мети розв'язування, що диктується вимогою чи запитанням до задачі; б) необхідність урахування умов і факторів, що є передумовою застосування способу розв'язування і правильності самого розв'язування; в) наявність чи необхідність виявлення і побудови способу розв'язування.

Розкриваючи питання про постановку задачі, варто розглянути класифікації задач з точки зору психології, які спонукають учня до активного мислення. Наприклад, Г. О. Балл [4] пропонує наступну класифікацію задач, які призводять до активізації мислення: індивідуальні і родові; матеріально спрямовані та ідеально спрямовані; принципово вирішувані і принципово невирішувані; рутинні, квазірутинні і нерутинні; чіткі, квазічіткі і нечіткі; задачі, предмети і вимоги яких знаходяться поза суб'єктом розв'язання: зовнішні відносно нього і внутрішні (відносно довільно обраного суб'єкта розв'язання); теоретичні і практичні задачі.

В. Ф. Спірідонов [7] досить широко класифікує задачі:

- за змістом вимог задачі: на знаходження і на доведення; на перетворення; на систематизацію; на виведення структури; на оцінку дедуктивних аргументів;
- за організацією і повнотою умов: справжні задачі і задачі-описи;
- за кількістю інформації (її повноти і надлишковості для знаходження шуканого) задачі можуть бути розділені на 4 групи: з повним набором необхідних умов (це означає, що суб'єкт розв'язування задачі отримує усю необхідну і достатню інформацію); з нестачею деяких з них; з наявністю усіх необхідних і деяких надмірних умов; з нестачею частини необхідних умов, але з присутністю надмірних; правильно і неправильно поставлені задачі;
- за параметрами мети: відкриті і закриті задачі; добре визначені і погано визначені задачі; теоретичні і практичні задачі;
- за наявністю засобів: творчі і репродуктивні задачі; розв'язувані і нерозв'язувані задачі; рухові (дієві), графічні (образні) і пропозиційні (вербальні) задачі; «інсайтні» і «регулярні» задачі; задані заздалегідь і сформульовані в процесі розв'язування задачі.

При організації процесу розв'язування математичної задачі з метою спонукання математичного мислення учнів, слід зануритись у сам процес розв'язування задачі та спробувати зрозуміти мисленневі процеси, які відбуваються у мозку учня.

На основі аналізу досліджень психологів, щодо етапів процесу розв'язування задачі, вважаємо, доречно орієнтуватись, з точки зору педагогіки навчання, на наступні етапи процесу розв'язування задачі:

**1. Вивчення умови задачі** – перші кроки спрямовані на розуміння задачі. На даному етапі, зокрема, Л. А. Мойсеєнко [13] виділяє декілька мікроетапів:

- а) Ознайомлення з умовою задачі. В. В. Знаков [14] називає його розуміння-впізнання або розуміння-пригадування.
- б) Розподіл умови на головну і другорядну.
- в) Переформулювання задачі на «свою» мову.
- г) Поява першої гіпотези розв'язування задачі. Зазвичай вона невірна, але подальше розв'язування керується цією гіпотезою, а процес її апробації призводить до кращого розуміння задачі, виокремлення нових фактів та появи нової гіпотези.
- д) Новий рівень вивчення умови з урахуванням попередніх помилок.
- е) Усвідомлення сутності задачі.

**2. Пошук розв'язання задачі.** Якщо попередні етапи були цілком зрозумілі по своїй суті та структурі, то даний етап найзагадковіший із усього процесу розв'язування математичної задачі, адже саме тут проявляється математична творчість. Психологи ще не дійшли до єдиного висновку, яким чином з'являється саме правильна гіпотеза, але існує низка протилежних, суперечливих, але цікавих думок. Наприклад, Ж. Адамар, Д. Д. Мордухай-Болтовський, Я. О. Пономарьов, Ж. А. Пуанкаре, вважають, що в основі лежить інтуїція (підсвідомий вибір), яка виникає, як результат роботи підсвідомості у вигляді твердого переконання, що даний напрям пошуку результативний. З позицій Д. Пойа, гіпотеза або математичне відкриття з'являється в результаті наполегливих міркувань і є експериментальним методом природничих наук.

**3. Перевірка знайденого розв'язку.**

Варто зауважити, що всі три етапи процесу розв'язування задачі не мають чіткого розмежування, плавно переходячи з одного в інший, адже, при вивченні умови, учень вже починає формувати гіпотезу, а іноді, і відразу знаходить відповідь.

В. О. Моляко, К. В. Печенкова, М. В. Фалікман, Л. Г. Чорна називають етапи розв'язування задачі «стратегією».

Розглянемо стандартну стереометричну задачу:

*Дано циліндр та конус однакового радіусу основи 2,5 м, сума їх висот – 4 м, циліндр висотою – 2,2 м. Знайти об'єм даних фігур.*

Якщо така задача буде запропонована учневі на етапі засвоєння знань про об'єми вказаних фігур, то розв'язуючи її учень проходить усі етапи розв'язування задачі, а, отже, має відбуватись активне мислення у мозку учня. Звичайно, що швидкість того чи іншого етапу розв'язування задачі залежить від особистісних особливостей, попередніх знань та навичок учня. Якщо ж дану задачу запропонувати учневі після кількох десятків розв'язаних на знаходження об'єму вказаних фігур, то учнем, швидше за все, така задача буде сприйматись, як вправа і виконуватиметься за алгоритмом, оскільки багато мікроетапів етапу вивчення умови будуть відсутні, а етап пошуку розв'язування задачі не буде присутній повною мірою. В такому випадку говорити про активну мисленнєву діяльність учнів не доводиться.

Отже, стереометрична задача, в певних умовах, спонукає до активного мислення учня, але постає питання, як змінюється її якісна характеристика щодо активності мислення учня під час її розв'язування залежно від формулювання. Варто згадати про проблему місця і ролі прикладних задач у процесі активізації мислення учня, досить обговорювану науковцями-педагогами. Якщо нашу задачу подати у вигляді прикладної, то рівень інтенсивності та активності математичного мислення у мозку учня має зрости на порядок. Наприклад, можливий такий варіант формулювання задачі:

*Стіг сіна має форму циліндра з конічним верхом. Радіус його основи 2,5 м, висота 4 м, причому циліндрична частина стогу має висоту 2,2 м. Щільність сіна 0,03 г / см<sup>3</sup>. Визначити масу стогу.*

При такому формулюванні з'являються необхідні етапи розв'язування задачі учнем, а, отже і більше можливостей для активізації роботи мислення.

Можна «поліпшити», з точки зору завдань активізації мислення учнів, дану задачу. О. К. Тіхоміров [6], порівнюючи процеси переробки інформації людиною і машиною стверджує: «Мислительний процес на відміну від алгоритмічних і евристичних, має продуктивний характер, він включає психічні новоутворення, які виникають у суб'єкта в ході розв'язування задач і стосуються самого розв'язування. Ще продуктивніший характер мислительної діяльності виявляється при самостійній постановці нових задач. Можна вважати доведеним не збігання інформаційних та продуктивних психічних процесів, тобто процесів утворення нових цілей, оцінок, мотивів, установок, смислів». Тобто, варто пропонувати учням з конкретних геометричних задач пробувати формулювати і розв'язати відповідні прикладні задачі.

Розглянемо наступну стереометричну задачу, та спробуємо проаналізувати усі етапи, які мають відбуватися з мисленням учнів у процесі її розв'язування:

*Острів має вигляд трикутника зі сторонами 5 км, 5 км, 6 км. Над островом завис вертоліт, з якого всі ці сторони видно під прямим кутом (тобто напрямки від вертольота до вершин трикутника попарно перпендикулярні). На якій висоті знаходиться вертоліт?*

Спершу відбувається етап вивчення умови задачі. Учень знайомиться з умовою задачі, виокремлює вже відомі поняття, наприклад трикутник, прямий кут. Разом з цим учнем розмежовуються дані, які не потребують подальшого вивчення, оскільки вже є в пам'яті, та дані, про які необхідно дізнатись більше. На даному етапі, не відбувається серйозна мисленнева діяльність.

Надалі учень класифікує задачу, з'ясовує що потрібно знайти, а що дано в умові (оцінюється з якісної сторони).

На наступному етапі розв'язування задачі, учень намагається за допомогою графічної ілюстрації співставити елементи даної задачі із ознаками вже відомих, розв'язаних задач. Відбувається більш детальне вивчення умови задачі. Учень вникає в умову задачі, щоб з'ясувати, яким чином зобразити острів, вертоліт та де мають знаходитись прямі кути та висота. Мислення учня зводиться до узагальнення попередніх фактів, включення їх до особистісного досвіду.

Учень формує перші гіпотези розв'язування задачі (зазвичай, на даному етапі вони ще не вірні) в результаті чого задача доповнюється новими ескізами, кресленнями, малюнками. Даний мікроетап є дуже цінними з точки зору математичного мислення, адже відбувається співставлення нових рисунків, ескізів з попередніми та з умовою задачі, та, як правило, знаходяться невідповідності між текстом задачі та «своєю» інтерпретацією. Наприклад, після пройдених етапів, на зображеному рисунку учень може помітити невідповідності між позначеними кутами під якими видно вертоліт, розміщенням висоти, яку необхідно знайти.

Після знайдених помилок, відбувається переосмислення умови учнем, детальніше її вивчення, пошук нової (здобутої) інформації про виділені об'єкти. Спостерігається поповнення особистого досвіду новими видами проблемних ситуацій у даному типі задач. Як результат, з'являється етап, що являє собою чіткий поділ задачі на частини: яка інформація відома, яка не відома, яку вже можна використовувати, а яку ще не відомо як використати. Після аналізу знову формуються гіпотези. Даний етап найцінніший та найзагадковіший для мислення учня в процесі розв'язування математичної задачі, саме під час нього найактивніше відбуваються процеси у мозку

учня, які спонукають активне математичне мислення. Відбувається апробація результату, зіставлення отриманого результату з умовою задачі, поглиблення розуміння сутності задачі. Відбувається така мисленнева діяльність, як розуміння-об'єднання, об'єднуються усі математичні елементи, що були роз'єднанні попередньо

**Висновки.** Організація активного мислення учнів у процесі розв'язування стереометричних задач має свої психолого-педагогічні особливості про які не варто забувати вчителю математики з метою підвищення ефективного формування геометричної компетентності учнів.

#### Список використаних джерел

1. Биркгоф Г. Математика и психология. / Г. Биркгоф. – М., 1977.
2. Психологічний словник / [авт.-уклад.: В. В. Синавський, О.П.Сергєєнкова ; за ред. Н.А.Побірченко]. – К.: Наук. світ, 2007. – 274 с.
3. Пойя Д. Как решать задачу. / Д. Пойя. – М.: Либроком, 2010. – 208 с.
4. Балл Г. А. О психологическом содержании понятия «задача» / Г. А. Балл // Вопр. психологии. – 1970. – № 6. – С. 75–85.
5. Сохор А. М. Объяснение в процес се обучения: элементы дидактической концепции / А.М. Сохор. – М.: Педагогика, 1988. – 128 с.
6. Тихомиров О. К. Психология мышления: учебное пособие / Тихомиров О. К. – М.:Издательство Московского университета, 1984. – 272 с.
7. Спиридонов В. Ф. Психология мышления: решение задач и проблем. Учебное пособие / Спиридонов В. Ф. – М.: Генезис, 2006. – 319 с.
8. Матюшкин А. М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении / А. М. Матюшкин. – М.: Педагогика, 1972. – 208 с.
9. Брушлинский А. В. Психология мышления и кибернетика. / А. В. Брушлинский. – М., 1970. – 191 с.
10. Лернер И. Я. Проблемное обучение / И. Я. Лернер. – М.: Знание, 1974. – 64 с.
11. Чорна Л. Г. Поняття стратегії мислення в психології // Актуальні проблеми психології: проблеми психології творчості. Т.12. Вип.3 :статті / Л. Г. Чорна. – Житомир, 2007.– С.300–307
12. Моляко В. А. Творческая конструкторология (пролегомены) / Моляко В. А. – К.: ОсвітаУкраїни, 2007. – 388 с.
13. Мойсеєнко Л. А. Психологія творчого математичного мислення / Л. А. Мойсеєнко. – Івано-Франківськ: Факел, 2003. – 481 с.
14. Знаков В. В. Понимание в познании и общении / В. В. Знаков. – М.: Изд-во РАН Института психологии, 1994. – 237 с.
15. Мордухай-Болтовский Д. Д. Философия. Психология. Математика / Д. Д. Мордухай-Болтовский. – М: Серебряные нити, 1998. – 552 с.
16. Моляко В. А. Психология конструкторской деятельности / В. А. Моляко. – М.: Машиностроение, 1983. – 136 с.

#### References

1. G. Birkhoff Mathematics and psychology. – М., 1977. (in Russ.)
2. Psychological Dictionary / [avt.-way .: VV Sinyavsky, O.P.Serhyeyenkova; Ed. N.A.Pobirchenko]. – К.: Science. World, 2007. – 274 p. (in Ukr.)
3. D. Polya How to solve the problem. – Moscow: Librocom, 2010. - 208 p. (in Russ.)
4. Ball G.A. On the psychological content of the concept «task» / G.A. Ball / Vopr. Psychology. – 1970. – No. 6. – P. 75–85. (in Russ.)
5. Sohor A.M. Explanation in the process of training: elements of the didactic concept / A.M. Sohor. – М.: Pedagogika, 1988. – 128 p. (in Russ.)
6. Tikhomirov O. K. Psychology of thinking: a textbook / Tikhomiro O.K. – М.: Publishing house of Moscow University, 1984. – 272 p. (in Russ.)
7. Spiridonov V.F. Psychology of thinking: solving problems and problems. Textbook / Spiridonov V.F. – Moscow: Genesis, 2006. – 319 p. (in Russ.)
8. Matyushkin A. M. Problem situations in thinking and learning / A.M. Matyushkin. – Moscow: Pedagogika, 1972. – 208 p. (in Russ.)
9. Brushlinsky A. V. Psychology of thinking and cybernetics. – М., 1970.– 191 p. (in Russ.)
10. Lerner I.Y. Problem training / I.Y. Lerner. – М.: Knowledge, 1974. – 64 p. (in Russ.)
11. Chorna L.G. concept of strategy thinking in psychology // Actual problems of psychology, psychology of creativity problems. T.12. Vyp.3: articles / L. Chorna. – Exactly, 2007.– P. 300–307 (in Ukr.)

12. Molyako V. A. Creative constructology (prolegomena) / Molyako V.A. – К .: OsvitaUkraini, 2007. – 388 p. (in Russ.)
13. Moiseenko L.A. Psychology creative mathematical thinking /L.A.Moyseyenko. – Ivano-Frankivsk: Flare, 2003. – 481 p. (in Ukr.)
14. Znakov V.V. Understanding in cognition and communication / V.Znakov. – Moscow: Publishing House of the RAS of the Institute of Psychology, 1994. – 237 p. (in Russ.)
15. Mordukhai-Boltovsky D.D. Philosophy. Psychology. Mathematics / D.D.Morduhay-Boltovsky. – M: Silver threads, 1998. – 552 p. (in Russ.)
16. Molyako, V.A., Psychology of Design Activities / V.A. Molyako. – М .: Mechanical Engineering, 1983. – 136 p. (in Russ.)

**MALA L. O.,**

Teacher of Mathematics and, Vinnitsa Technical College

### **PSYCHOLOGICAL-PEDAGOGICAL PECULIARITIES OF ESTABLISHMENT OF THINKING OF PUPILS IN THE PROCESS OF RESOLUTION OF STEREOMETRICAL PROBLEMS**

**Abstract. Introduction.** *It has been analyzed that from the psychological point of view the term «problem» is considered to be ambiguous. The majority of interpretations of the term «problem» - the aim of activity, which is set in the particular circumstances and requires for its completion application of the adequate tools in accordance to these circumstances. «Problem» is also understood as the requirement to the subject, the aim of his/her actions, situation that in addition to aim includes circumstances, in which it is to be achieved, and the verbal description of such situation. However, all the scholars are similar in the notion that the process of problem resolution and the process of thinking are inseparable and accompany each other. We agree with the notion that the result of resolution of the set problem for a pupil in a should should be, in particular, the thinking activity, the consequence of which, in turn, is accumulation of the new skills and knowledge and perfection of already acquired skills and knowledge.*

**Purpose.** *To analyze the mathematical problem in general, and stereometrical problem in particular, as a model of formation and perfection of pupils' thinking.*

*Based on the analysis of the psychological researches in regards of the stages of the process of the resolution of the mathematical problem, it has been suggested to focus, from the perspective of pedagogy of education, on the following stages of the process of resolution of the mathematical problem:*

- *Studying the conditions of the problem is the first step towards understanding the problem itself.*
- *Search for the resolution of the problem.*
- *Verification of the found solution.*

*It should be noted that all the three stages of the process of the problem resolution are not strictly separated. On contrary, they fluently shift from one to another, since, while studying the conditions of the problem, a pupil begins to formulate a hypothesis, or even sometimes finds the solution immediately.*

**Results.** *The particular stereometrical problem has been reviewed and all the stages that should occur when a pupil resolves a problem have been analyzed:*

*The island appears in the form of triangle, which sides are 5km, 5km, and 6 m. The helicopter hovered over the island. All those sides are seen from the helicopter at right angles (meaning that directions from the helicopter to the tops of triangle are perpendicular pairwise). What is the height of the helicopter?*

*The first stage is studying the conditions of the problem. A pupil gets familiar with the conditions of the problem, distinguishes already known terms, such as triangle, right angle. On the same time, a pupil determines the data, which doesn't require further studying as they are already in the memory from data that requires further investigation. A significant mental activity is performed on this stage. Further, a pupil classifies the problem, determines what is to be found and what is known from the conditions of the problem (evaluated from the qualitative aspect). On the next stage of the problem resolution, using a method of graphic illustration a pupil tries to match the elements of this problem with the the features of already resolved known problems. Then a pupil studies a problem in a*

more detailed manner. A pupil gets into conditions of the problem in order to find out how to depict the island, helicopter and where the tops and height should be located. Thinking of a pupil is reduced to generalization of previously known facts and inclusion them to personal experience.

A pupil formulates the first hypotheses of problem resolution (as a rule, on this stage, they are incorrect), and, as a result, the problem is supplemented with new sketches, drawing, and pictures. This micro stage is very valuable from the perspective of mathematical thinking, since a pupil matches new drawings with the previous ones and with the conditions of the problem, and as a rule, finds discrepancies between the text of a problem with his/her own interpretation. For example, after the completion of those stages, while observing the sketch, a pupil can notice discrepancy between marked angles from which the helicopter is seen, the placement of height which is to be found.

After the disclosed mistakes, a pupil reconsiders the conditions of the problem, studying it in a more detailed manner, looking for new (forgotten) information about the selected objects. It is observed the accession of the personal experience with the new kinds of problematic situations in the particular type of problems. As a result, the new stage occurs, which is, in fact, strict division of the problem into several parts: what information is known, what is unknown, what can be used now, what is yet to find out how to apply.

After the division a new hypothesis is formed. This stage is the most valuable and mysterious of the pupils' thinking in the process of resolution of mathematical problem. During this stage the brain of the pupil is the most active, which leads to occurrence of active mathematical thinking. The results get tested, the received results are compared with the conditions of the problem, and as a result a pupil gets deeper understanding of the essence of the problem. On this stage such thinking activity is present as understanding-association, all of the mathematical elements, which were divided previously, get associated.

**Conclusions.** The organization of active thinking in pupils in the process of resolution of stereometrical problems has its own psychological-pedagogical peculiarities, which shouldn't be forgotten by the teacher of math in order to increase the effective formation of geometric competence of pupils.

**Keywords:** activate student thinking, stereometric task solving process, the organization of mental activity, classification tasks.

Одержано редакцією 13.11.2016 р.  
Прийнято до публікації 14.12.2016 р.