

УДК 372.851 (045)

АКУЛЕНКО Ірина Анатоліївна,
доктор педагогічних наук, професор кафедри
алгебри і математичного аналізу,
Черкаський національний університет
імені Богдана Хмельницького, Україна
e-mail: akulenkoira@ukr.net

МАКСИМЕНКО Тетяна Іванівна,
учитель математики, Хутірська ЗОШ
I-III ступенів Черкаської районної ради, Україна

НАВЧАННЯ УЧНІВ ДОВЕДЕНЬ ТЕОРЕМ (ПОГЛЯД УЧИТЕЛІВ)

***Анотація.** Описано результати проведеного опитування вчителів математики для виявлення сучасного стану навчання доведень теорем у практиці навчання геометрії в основній школі. Метою опитування було: 1) виявити ціннісне ставлення учителів до методичної діяльності з навчання учнів доведень теорем у курсі планіметрії; 2) установити, чи реалізують учителі всі етапи роботи з теоремою (робота з формулюванням теореми, з пошуку способу її доведення, із власне доведення теореми і його закріплення), які методичні прийоми вони переважно застосовують у такій діяльності; 3) з'ясувати, які утруднення, на думку вчителів, переважають в учнів у процесі навчання доведень теорем у курсі геометрії основної школи. Результати опитування та їх аналіз наведено в статті.*

***Ключові слова:** основна школа; теореми; навчання доведень теорем; робота з формулюванням теореми; пошук доведення теореми; доведення теореми; закріплення доведення теореми.*

Постановка проблеми. Одна з головних цілей навчання математики в основній школі – розвиток логічного мислення школярів, формування в учнів прийомів несуперечливих, послідовних, доказових міркувань. Формуються ці прийоми та їх складники (окремі дії та операції), зокрема, під час навчання учнів доведень математичних фактів. Нині, як показують опитування вступників до закладів вищої освіти, вивчення доведень і опанування способів пошуку доведень знаходяться поза фокусом їхньої уваги під час навчання у школі, оскільки такі завдання не виносяться на заключний етап державної підсумкової атестації випускників закладів середньої освіти і не включені до зовнішнього незалежного оцінювання з математики. Другорядне значення навчанню доведень (на відміну від власне вивчення доведень) надають і студенти – майбутні вчителі математики. Тому було поставлене завдання – розглянути проблему навчання доведень математичних фактів з погляду вчителів математики, які здійснюють навчання школярів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На різних етапах шкільної математичної освіти, як зауважують у своїх працях Г. Бевз [1], В. Болтянський [2], М. Бурда [3], Я. Грудьонов [4], В. Далінгер [8], О. Лященко [5], М. Метельський [6], З. Слєпкань [11], Г. Саранцев [9], О. Скафа [10], А. Столяр [12], Н. Тарасенкова [13] та інші, реалізуються різні етапи навчання доведень. У початковій школі (О. Гришко [15]) формується початковий суб'єктний досвід щодо верифікації певних тверджень (перевірка, переважно дослідним шляхом, індуктивні міркування на основі повної й неповної індукції). У 5-6-х класах реалізується пропедевтичний етап щодо навчання учнів евристичних прийомів (О. Скафа [10]), опанування окремих логічних умінь і вдосконалення загальних і спеціальних розумових прийомів, формування ціннісного ставлення до необхідності не лише дослідної перевірки правильності певного твердження з опорою на попередньо сформований суб'єктний досвід, а й до

провадження доказових міркувань з опорою на інтуїтивні неусвідомлювані вміння застосовувати логічні операції й закони у створенні суджень і умовиводів (І. Акуленко [14]). У 7-8-х класах учні демонструють спроможність будувати ланцюжки умовиводів, що ґрунтовані на законах логіки, і усвідомлювати цей процес, однак налаштовані школярі цього вікового періоду здебільшого на запам'ятовування представленого їм доведення (з опорою на виділення його головної ідеї, виокремлення кроків у доведенні), аніж на самостійне його створення, «винайдення». Оскільки старший шкільний вік (за характеристикою психологів (П. Блонський [7], Д. Халперн [16] та ін.) – це вік, коли у школярів формуються операційні структури доведень, і вони усвідомлено послуговуються ними в самостійному пошуку і конструюванні доведень, проблема навчання учнів доведень математичних тверджень є актуальною як для основної, так і для старшої школи, у навчанні як алгебри, так і геометрії.

Визначення невіршених раніше частин загальної проблеми. Як показують проведені дослідження, навчання доведень математичних тверджень постає у фокусі уваги вчителів здебільшого під час вивчення теорем і розв'язування задач на доведення в курсі планіметрії основної школи. У навчанні курсу алгебри чи стереометрії ця діяльність стає другорядною або нівелюється зовсім за рахунок зміщення акцентів на розв'язування обчислювальних задач (хоч варто зауважити, що доведення є вагомим складником у розв'язаннях багатьох стереометричних задач на обчислення). Тому в нашому дослідженні було поставлено низку завдань: 1) виявити ціннісне ставлення вчителів до методичної діяльності з навчання учнів доведень теорем у курсі планіметрії; 2) установити, чи реалізують учителі всі етапи роботи з теоремою (робота з формулюванням теореми, з пошуку способу її доведення, із власне доведення теореми і його закріплення), яким методичним прийомам вчителі надають перевагу в такій діяльності; 3) з'ясувати, які утруднення, на думку вчителів, переважають в учнів у процесі навчання доведень теорем у курсі геометрії основної школи. Уживаючи термін «доведення теорем» будемо мати на увазі доведення математичних тверджень, що сформульовані у вигляді власне теорем, і у вигляді задач на доведення. Для розв'язування вищенаведених завдань було організовано опитування вчителів математики.

Мета статті – описати результати проведеного опитування вчителів математики для виявлення сучасного стану навчання доведень теорем у практиці навчання геометрії в основній школі.

Викладення основного матеріалу дослідження. Учителям було запропоновано взяти участь в опитуванні щодо особливостей навчання учнів доведень у курсі геометрії основної школи. Аналіз особового складу вчителів, які брали участь в анкетуванні (загальною кількістю 125 осіб), показав, що більшість із них здійснює навчання математики саме в основній школі. У 7-х класах – 52,8 %, у 8-х – 56 %, у 9-х класах – 53,6 %, у 10-х класах – 37,6 %, у 11-х – 39,2 %. Більшість опитаних учителів мали вагомий досвід роботи у школі. Стаж роботи у школі в 8,8 % респондентів становив до 5-ти років, від 5-ти до 10-ти років – у 13, 6 %, від 10-ти до 20-ти років – у 26,4 %, більше 20-ти років – у 51,2 %.

На запитання: «Чи вважаєте Ви за необхідне навчання доведень на уроках геометрії в основній школі?», – відповіді вчителів розподілилися так: так, інколи, вивчаємо з учнями доведення лише окремих теорем із тих, що подані в підручнику (64%); так, завжди, вивчаємо з учнями доведення всіх теорем, що подані в підручнику (26,4%); ні, ніколи, пропонуємо учням користуватися теоремами як готовими фактами (6,4%).

Додатково вчителі зауважували, що доводять з учнями тільки ті теореми, що передбачені програмою з геометрії для основної школи. Якщо навчання відбувається у класах із поглибленим вивченням математики, то доведенням приділяється значна

увага, а у класах, де навчання математики здійснюється на академічному рівні, на це не вистачає часу, учні вивчають доведення лише окремих (ключових) теорем.

Тобто, в опитуванні брали участь активні, досвідчені вчителі, які мають свою позицію і досвід стосовно навчання учнів доведень теорем.

Оскільки навчання доведень теорем розпочинається з мотивації їх вивчення й роботи з формулюванням теореми, тому вчителям було запропоновано низку відповідних запитань. Опитування виявило, що систематично спеціальну роботу щодо мотивації вивчення теорем проводять 65,1% респондентів. Інша частина вчителів (35,9%) мотивують вивчення теорем курсу геометрії основної школи несистематично, час від часу. Відтак, неналежна мотивація до вивчення доведень теорем стає в учнів першою вагомою перешкодою на шляху до опанування відповідних способів математичної і розумової діяльності.

Серед прийомів, яким учителі надають перевагу під час мотивації вивчення теорем, найбільш уживаними виявилися показ практичної значущості застосування теореми для розв'язування задач прикладного характеру (ним послуговуються 76,7% учителів) і показ практичної значущості теореми для доведення інших теорем (41,1%). Порівняно нечасто для мотивації вивчення теорем учителі звертаються до історичних фактів, що пов'язані з ім'ям учених, на честь яких названо теорему (32,6%). Мотивують вивчення теорем шляхом виконання побудов та їх дослідження 28,7% опитаних учителів, створюють умови для моделювання природних явищ і узагальнення спостережень із метою мотивації вивчення теорем 19,4% респондентів. Виявлені результати показали, що в освітньому процесі переважно не створюються належні умови до проведення учнями власних досліджень шляхом виконання побудов, вимірювань, узагальнень спостережень, висунення припущень стосовно властивостей геометричних фігур для подальшого їх доведення чи спростування. Водночас, звернення більшості вчителів до наведення практичної значущості застосування теореми для розв'язування задач прикладного характеру є важливим показником реалізації прикладної спрямованості навчання планіметрії.

Наступним етапом роботи з теоремою є робота з її формулюванням, яка має на меті досягнення розуміння учнями сутності математичного факту, що встановлює теорема. З-поміж опитаних учителів більшість (71,3%) завжди виділяють час для роботи з формулюванням теореми. Здійснюють таку роботу епізодично 27,9%, не провадять такої роботи взагалі 0,8% респондентів. Проводячи роботу з формулюванням теореми виділяють умову, роз'яснювальну частину і вимогу 56,6% респондентів, виділяють тільки умову і вимогу 39,5%, виділяють тільки умову теореми 3,9% опитаних учителів. Разом з учнями встановлюють вид твердження, за допомогою якого сформульовано теорему 38% опитаних учителів, формулюють обернене твердження, перевіряють, по можливості, його істинність 37,2% респондентів, пропонують учням із наведених слів укласти формулювання теореми 33,3% учасників опитування, пропонують учням серед запропонованих тверджень знайти таке, що є рівнозначним теоремі 31,8% опитаних учителів, пропонують учням знайти помилку в запропонованому формулюванні теореми 27,1% тих, хто пройшов опитування, формулюють разом з учнями твердження, рівнозначне теоремі 15,5% респондентів.

Таким чином, опитування показало, що робота з формулюванням теореми, на думку вчителів, є важливим, дидактично значущим етапом у навчанні учнів основної школи доведень теорем. Однак, викликає занепокоєння той факт, що методично грамотно його реалізують у навчанні учнів приблизно половина з учасників опитування. Відтак, у більшості учнів не формується на достатньому рівні спроможність виявляти в умові теореми всі явно й неявно представлені дані, виникають ускладнення в побудові графічної моделі, рисунка, у наведенні відповідних аргументів

у ланцюжках обґрунтувань, оскільки попередньо не виявлені в явному вигляді умова, роз'яснювальна частина і вимога теореми. Поза увагою вчителів також залишаються методичні прийоми, що вможливають урізноманітнення форм роботи з формулюванням теореми, жоден із опитаних учителів не запропонував власний спосіб організації роботи на цьому етапі, хоча деякі зауважили, що види роботи на цьому етапі роботи з теоремою залежать від рівня підготовки класу і складності теореми.

Опитування мало на меті визначити акценти в ціннісному ставленні вчителів стосовно навчання власне доведень теорем у курсі геометрії основної школи. Найбільшу цінність навчання доведень учителі вбачають для формування прийомів розумової діяльності в учнів (64,8 % опитаних) і логічного мислення учнів (60,8 %). Відзначають, що доведення демонструють структуру дедуктивного способу побудови математичної теорії 42,4 % учителів. Убачають цінність доведень щодо створення умов для застосування евристик у навчанні математики 28,8 % респондентів, наголошують на світоглядному значенні доведень у загальному культурному розвитку школярів 24 % учасників опитування. Позитивним убачаємо те, що учасники опитування відзначають вагоме значення навчання доведень у контексті формування загальних розумових прийомів і прийомів логічного мислення учнів. Поряд із цим, досить прикро вражає незначний відсоток респондентів, які акцентують увагу на методологічному, світоглядному, культурологічному значенні доведень теорем. Це спричинює, на наш погляд, таке явище, як відмову від доведень теорем узагалі у класах суспільно-гуманітарного напрямку старшої профільної школи, котре звичайно спричинене додатково і катастрофічним браком часу на вивчення математики.

Додатковим фокусом дослідження було встановлення домінуючого у практиці навчання способу організації роботи з доведення теорем, визначення того, якими загальними методичними схемами послуговуються вчителі в навчанні доведень теорем, які прийоми застосовують для організації пошуку способу доведення, власне доведення й закріплення способу доведення теореми, які утруднення найчастіше виникають в учнів на цих етапах роботи з теоремою. У результаті опитування було встановлено, що більшість учителів (64,8 %) надають перевагу розгляду доведень окремих теорем у класі, з доведенням інших теорем пропонують учням ознайомитися самостійно вдома. Така практика, з погляду реалізації етапів дидактичного циклу є цілком виправданою. Однак, така форма організації вивчення теорем приводить до ускладнення контролю зі сторони вчителя процесу і результатів самостійного опрацювання й закріплення доведення тих теорем, що винесені для самостійного вивчення учнями. Ця робота потребує додаткових організаційних зусиль зі сторони вчителя (контроль, перевірка, аналіз). Нехтування нею приводить до того, що учні взагалі відмовляються від самостійного опрацювання доведень теорем, посилаючись на непосильність і непотрібність для них такої роботи. Особливо ці тенденції актуалізуються в контексті того, що самостійне здійснення навчально-пізнавальної діяльності для учнів цієї вікової категорії за дослідженнями психологів є достатньо проблематичним. Приблизно однакова кількість респондентів (відповідно 18,4 % і 15,2 %) намагаються розглянути доведення всіх теорем у класі або розглядають доведення окремих теорем у класі, а інші доведення не розглядають узагалі. Не вважають за необхідне витратити час на доведення очевидних фактів 1,6 % учасників опитування (такі результати знаходяться в межах похибки дослідження).

Як відомо, у теоретичних розвідках і у практиці навчання найбільшого поширення здобули такі методичні схеми навчання учнів доведень: 1) аналіз, вивчення й подальше відтворення готових доведень, що проведені вчителем біля дошки або викладені в підручнику; самостійна побудова доведення учнями за аналогією з вивченими доведеннями; самостійне доведення учнями теорем на основі попередньо

вказаного способу чи прийому доведення; самостійний пошук і проведення доведень (З. Слєпкань [11], В. Далінгер [8] та ін.); 2) аналіз готового доведення, його відтворення; самостійне відкриття фактів, пошук і конструювання власного доведення; спростування запропонованого доведення (Г. Саранцев [9] та ін.); 3) аналіз і вивчення готових доведень; виявлення в явному вигляді логічних основ доведень і представлення їх учням чи учнями; самостійна побудова учнями доведення за аналогією або з опорою на допомогу вчителя; самостійний пошук і проведення доведень з опорою на знання логічних основ доведень (А. Столяр [12]).

Опитування виявило, що вчителі послуговуються переважно першими двома з вище перелічених методичних схем. Серед прийомів, що виявилися найбільш уживаними поміж учасників опитування, зазначимо такі: 1) пропоную учням ідею чи план доведення, який вони в подальшому реалізують самостійно (можливо, *з опорою на певну допомогу зі сторони вчителя*) (50,4 %); 2) роботу з теоремою розбиваю на ланцюжок взаємопов'язаних задач (виділення умови й вимоги теореми, виокремлення на готових малюнках елементів, які б задовольняли б умову теореми, виконання малюнка, який би моделював умову теореми, знаходження необхідних і достатніх умов для побудови ланцюжків умовиводів, що доводять теорему), які учні розв'язують *під керівництвом учителя* (44 %); 3) роботу з теоремою розбиваю на ланцюжок підзадач, кожна з яких реалізує окремий крок у доведенні, які учні розв'язують *у співпраці з учителем* (39,2 %); 4) пропоную учням до розгляду і відтворення готові доведення, які учні конспектують у зошитах (31,2 %); 5) пропоную учням евристичні інструкції та перелік властивостей основних понять, які доцільно використати в доведенні, подальше доведення учні виконують *самостійно* (24,8 %); 6) роботу з теоремою розбиваю на ланцюжок взаємопов'язаних задач (виділення умови й вимоги теореми, виокремлення на готових малюнках елементів, які б задовольняли б умову теореми, виконання малюнка, який би моделював умову й вимогу теореми, знаходження необхідних і достатніх умов для побудови ланцюжків умовиводів, що доводять теорему), які учні розв'язують *самостійно* з подальшою перевіркою зі сторони вчителя (15 %); 7) роботу з теоремою розбиваю на ланцюжок підзадач, кожна з яких реалізує окремий крок у доведенні, які учні розв'язують *самостійно* (10,4 %).

Аналіз відповідей учасників опитування показав, що більшість учителів у роботі з доведення теорем надають перевагу або роботі учнів з опорою на допомогу, або під керівництвом учителя, а самостійній роботі приділяє увагу значно менша кількість респондентів. Лише половина вчителів намагаються надавати *дозовану* допомогу учням (у вигляді плану, ідеї доведення, інших евристичних підказок, які учні в подальшому реалізують самостійно). Показовим є встановлений факт, що вчителі не досить обізнані, як реалізувати задачний підхід у навчанні доведень теорем, як скомбінувати ланцюжок підзадач, кожна з яких реалізує окремий крок у доведенні, а потім із нього синтезувати власне доведення теореми. Такий вид методичної діяльності викликає утруднення в учителів-практиків, відтак, вимагає посиленої уваги у процесі методичної підготовки майбутніх учителів математики.

Оскільки для провадження різних способів доведень теорем (аналітичного, синтетичного, аналітико-синтетичного) необхідно, щоб учні могли встановити тип логічних зв'язків між двома висловлюваннями (наслідок із необхідністю слідує з засновку, певний засновок є достатнім для встановлення певного наслідку), було досліджено, чи організують вчителі відповідну роботу з учнями зі встановлення цих типів зв'язків у ланцюжках міркувань у готовому чи «винайденому» доведенні теореми. Опитування показало, що таку роботу систематично здійснюють лише 24 % респондентів. Більшість учасників опитування (65,6 %) не приділяють цьому виду роботи достатньої уваги і реалізують її епізодично, а 10,4 % опитаних учителів не

провадять узагалі. Відтак, цілком умотивованими є утруднення учнів у побудові логічних ланцюжків міркувань, які були виявлені в подальшому дослідженні.

Проведене дослідження також було спрямоване на встановлення того, якими методами, прийомами, засобами навчання послуговуються вчителі у практиці навчання учнів доведень теорем. Цілком прогнозованими виявилися результати, що найчастіше в навчанні учнів доведень учителі (66,4 % респондентів) послуговуються проблемним методом у тій його модифікації, коли постановка проблем чи проблемних запитань здійснюється вчителем, а їх розв'язування – учнями. Більшість опитаних учителів (60,1 %) звертаються до пояснювально-ілюстративного методу, коли пояснення вчителя й робота з книгою є вирішальними, 58,4 % учасників опитування надають перевагу частково-пошуковому методу, зокрема евристичній бесіді, 28,4 % респондентів навчають учнів доведень теорем, залучаючи дослідницький метод, створюючи умови для самостійної постановки учнями мети дослідження, можливо, пов'язаного з практикою (побудовами, вимірюваннями, спостереженнями), реалізації власне дослідження, представлення його результатів. Таким чином, можна зробити висновок про недостатнє використання потенціалу дослідницького методу в навчанні учнів основної школи доведень теорем.

Засоби навчання доведень є вагомим складником освітнього середовища, що має значний вплив на ефективність обраних учителем методичних схем, методів, прийомів навчання доведень. Опитування виявило, що саме підручник відіграє провідну роль у системі навчально-методичного забезпечення процесу навчання учнів основної школи доведень теорем. Йому надають перевагу 80 % респондентів. Окрім підручника в освітньому процесі опитані вчителі звертаються до мультимедійних презентацій (66,4 %), роздаткового наочного матеріалу (44,8 %), електронних плакатів (9,6 %), систем динамічної геометрії (18,4 %). При цьому учасники опитування вважають, що виклад доведень теорем у підручниках для різних рівнів навчання математики має різнитися. Для учнів, які вивчають математику на рівні стандарту, подавати доведення теорем у підручнику краще у вигляді послідовного викладу доведення (текст відтворює послідовність міркувань), для учнів, які вивчають математику поглиблено, виклад доведення в підручнику варто структурувати у вигляді окремих кроків.

Проведене дослідження також мало на меті встановити, як часто і якого типу ускладнення виникають в учнів у здійсненні доведень теорем. Опитування показало, що 98,4 % опитаних учителів фіксують часто виникаючі ускладнення у провадженні учнями доведень теорем. При цьому найбільш поширеним ускладненням, на думку 67,2 % опитаних учителів, є неспроможність учнів упорядкувати логічний ланцюжок міркувань у доведенні. 36 % респондентів указують на те, що учні не вбачають необхідності в доведенні взагалі. 30,4 % учасників опитування апелюють до неспроможності учнів навести відповідні обґрунтування до окремих кроків у доведенні, 26,4 % – звертають увагу, що школярі не можуть навести можливі наслідки з певних засновків (використовуючи властивості понять, що задіяні в доведенні). 24,8 % – наголошують, що складнощі виникають в учнів на етапі аналізу формулювання теореми, вони не у змозі виділити, що дано і що необхідно довести. На те, що учні не відрізняють властивості понять, що застосовуються в доведенні теореми, та їх ознаки вказують 23,2 % опитаних учителів. Значна кількість опитаних (21,6 %) наголошують, що для учнів є досить складним виділення головної ідеї в доведенні, виокремлюють неспроможність учнів скласти план доведення 15,2 % учасників опитування. Отримані результати засвідчують складність проблеми навчання учнів доведень теорем і необхідність удосконалення методики такої роботи.

Для нівелювання вище зазначених ускладнень в учнів у провадженні доведень теорем учителю необхідно організовувати додаткову роботу з закріплення способу їх

доведень. Цей етап роботи з доведенням теореми має присутнє значення. Водночас, опитування виявило, що роботу з закріплення способу доведення теореми 51,2 % учасників опитування здійснюють несистематично, а 16,8 % опитаних учителів таким видом роботи взагалі нехтують (з різних причин – за браком часу, не вбачають необхідності в такій роботі). Лише 31,2 % респондентів приділяють належну увагу роботі з закріплення способу доведення теорем. Опитування мало на меті додатково виявити, яким прийомом надають перевагу вчителі під час закріплення способу доведення теореми. Результати опитування показали, що вчителі надають перевагу таким прийомам: запропонувати учням виокремити головну ідею чи план доведення (59,2 %); запропонувати учням навести перелік основних понять, аксіом, раніше доведених теорем, які використовувалися в доведенні теореми (46,4 %); запропонувати учням відтворити (усно чи письмово) доведення теореми (36,8 %); запропонувати учням заповнити пропуски в наведеному записі доведення теореми, де пропущені як обґрунтування, так і окремі етапи (кроки) у доведенні (34,4 %); запропонувати учням прокоментувати низку малюнків, що демонструють окремо кожен етап у доведенні теореми, зробити відповідні висновки (26,4 %); запропонувати учням доповнити малюнок так, щоб унаочнити етапи доведення теореми (23,2 %); запропонувати учням до кожного наведеного записаного етапу доведення навести обґрунтування (20 %).

Висновки та перспективи подальших розвідок. Отже, проведене дослідження показало, що існують суттєві прогалини і недоліки у практиці навчання доведень теорем в основній школі. Поряд із тим, що вчителі усвідомлюють важливість навчання учнів доведень математичних фактів, ця робота часто проводиться несистематично, не враховуються закономірності процесу пізнання, закони побудови і функціонування дидактичного циклу. Це приводить до значних ускладнень в учнів в опануванні способів несуперечливих доказових міркувань. Цей установлений факт формує проблемне поле для подальших досліджень, зокрема актуалізується проблема щодо опанування майбутніми вчителями математики загальних методичних схем, окремих методів і прийомів, форм і засобів навчання учнів доведень теорем.

Список використаних джерел

1. Бевз Г. П. Методи навчання математики : навч.-метод. посіб. / Г. П. Бевз. – Київ : Генеза, 2010. – 117 с.
2. Болтянский В. Г. Как устроена теорема? / В. Г. Болтянский // Математика в школе. – 1975. – № 5. – С. 10.
3. Бурда М. І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / Михайло Іванович Бурда ; АПН України, Інститут педагогіки. – Київ, 1994. – 347 с.
4. Груденов Я. И. Изучение определений, аксиом, теорем : пособие для учителей / Я. И. Груденов. – Москва : Просвещение, 1981. – 123 с.
5. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики : учеб. пос. [для студ. физ.-мат. спец. пед. ин-тов] / Е. И. Лященко, К. В. Зубкова, Т. Ф. Кириченко и др. ; под ред. Е. И. Лященко. – Москва : Просвещение, 1988. – 223 с.
6. Метельский Н. В. Дидактика математики. Общая методика и ее проблемы : учебное пособие [для вузов] / Н. В. Метельский. – 2-е изд., перераб. – Москва : Изд-во БГУ, 1982. – 256 с.
7. Блонский П. П. Избранные педагогические и психологические сочинения : в 2-х т. / сост. М. Г. Данильченко, А. А. Никольская ; под ред. А. В. Петровского. – Москва : Педагогика, 1979. – Т. 2. – С. 102.
8. Далингер В. А. Методика обучения учащихся доказательству математических предложений / В. А. Далингер. – Москва : Просвещение, 2006. – 256 с.
9. Саранцев Г. И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе / Г. И. Саранцев. – Москва : Гуманитар. изд. центр «ВЛАДОС», 2006. – 183 с.
10. Скафа Е. И. Теоретико-методические основы формирования приемов эвристической деятельности при изучении математики в условиях внедрения современных технологий обучения : дисс. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теория и методика обучения математики» / Елена Ивановна Скафа ; Донецкий нац. ун-т. – Донецк, 2004. – 479 с.

11. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики / З. І. Слєпкань. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. – 240 с.
12. Столяр А. А. Логические проблемы преподавания математики / А. А. Столяр. – Минск : Высшая школа, 1965. – 254с.
13. Тарасенкова Н. А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / Ніна Анатоліївна Тарасенкова ; Національний пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Київ, 2004. – 630 с.
14. Акуленко І. А. Система диференційованих вправ з логічним навантаженням як засіб розвитку логічного мислення учнів 5-6 класів при вивченні математики : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики» / Ірина Анатоліївна Акуленко ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – Київ, 2000. – 19 с.
15. Гришко О. І. Формування у молодших школярів умінь доказово міркувати / О. І. Гришко // Початкова школа. – 1994. – № 11. – С. 28–31.
16. Халперн Д. Психология критического мышления / Д. Халперн. – Санкт-Петербург : Издательство «Питер», 2000. – 512 с.

References

1. Bevz, G. P. (2010). *Methods of teaching mathematics*. Kyiv: Genesis (in Russ.)
2. Boltyansky, V. G. (1975). How is the theorem arranged? *Matematyka v shkoli (Mathematics at school)*, 5, 10 (in Russ.)
3. Burda, M. I. (1994). *Methodological Foundations of Differentiated Formation of Geometric Skills of Primary School Students*. Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine, Institute of Pedagogy (in Ukr.)
4. Grudinov, Ya. I. (1981). *The study of definitions, axioms, theorems: a manual for teachers*. Moscow: Prosveshchenye (in Russ.)
5. Lyaschenko, E. I., Zubkov, K. V., Kirichenko, T. F. et al. (1988). In E.I. Lyashenko (ed.). *Labs and practice on the methodology of teaching mathematics*. Moscow: Prosveshchenye (in Russ.)
6. Metelsky, N. V. (1982). *Didactics of mathematics. General methodology and its problems: a manual for high schools*. Moscow: Publishing house of the BSU (in Russ.)
7. Blonsky, P. P. (1979). *Selected pedagogical and psychological works. Part 2*. In A. V. Petrovsky (ed.). Moscow: Pedagogika (in Russ.)
8. Dalinger, V. A. (2006). *A method of teaching students proofs of mathematical proposals*. Moscow: Prosveshchenie (in Russ.)
9. Sarantsev, G. I. (2006). *Teaching mathematical proofs and disproofs in school*. Moscow: VLADOS (in Russ.)
10. Skafa, E. I. (2004). *Theoretical and methodical bases of formation of methods of heuristic activity at studying of mathematics in the conditions of introduction of modern technologies of training*. Donetsk: Vasyl' Stus Donetsk National University (in Russ.)
11. Slepkan, Z. I. (2004). *Psychological, pedagogical and methodical foundations of the developmental mathematical education*. Ternopil: Textbooks and manuals (in Ukr.)
12. Stolyar, A. A. (1965). *Logical problems of teaching mathematics*. Minsk: Vysshaya shkola (in Russ.)
13. Tarasenkova, N. A. (2004). *The theoretic-methodical principles using of the sign-symbolic means in teaching mathematics of the basic school students*. Kyiv: National Pedagogical Dragomanov University (in Ukr.)
14. Akulenko, I. A. (2000). *The system of differential exercises with logical load as means of development of logical thinking of the pupils of 5-6 forms when studying mathematics*. Kyiv: National Pedagogical Dragomanov University (in Ukr.)
15. Grishko, O. I. (1994). Formation of younger students' ability for thinking reasonably. *Pochatkova shkola (Primary school)*, 11, 28–31 (in Ukr.)
16. Halpern, D. (2000). *Psychology of critical thinking*. Saint Petersburg: Piter (in Russ.)

Abstract. AKULENKO Irina Anatolyivna, MAKSYMENKO Tetyana Ivsnivna. *Teaching students to prove mathematical statements (teachers' vision).*

Introduction. Students' mastering in the art of proof is one of the most important educational results of mathematics teaching. That's why it's important to reveal mathematics teachers' vision on a problem of teaching the proofs of mathematical facts in secondary school. A survey of math teachers was organized to this purpose.

Purpose. The purpose of the survey was: 1) to identify the value attitude of teachers towards the methodological work in teaching students the proofs of the theorems in the course of planimetry; 2) to distinguish whether the teachers use all stages of work with the theorem (work with the formulation of the theorem, the search for a method of its proof, the proof of the theorem itself and the consolidation of the proof), what teaching techniques do they use in this activity; 3) to determine what

difficulties, according to teachers, prevail among students in the process of teaching the theorems proofs in the course of geometry in the secondary school.

Methods. Empirical methods: diagnostic (conversations, questionnaires, testing, interviews), observational methods (observation). Theoretical analyses of psychological and pedagogical literature on the problem were used as well.

Results. It is found that an insufficient motivation to study the proofs of the theorems becomes the first impediment for students to learn math statement's proof. The findings show that do not organize pupil's research by performing measurements, construction, generalizations of observations in order to bring up assumptions about the properties of geometric figures for further proof or refutation. It was stated that in the teachers' opinion, operation with the theorem's formulation is an important, didactically meaningful stage of the process of making sense about the theorem itself. However, it is a matter of concern that only about half of the survey participants make the methodologically competently use of it when teaching students. Therefore, the ability to identify indicated or implied submitted data in hypothesis of theorem isn't formed at a sufficient level among the most of the students. Students encounter complications in presenting the corresponding arguments in the substantiation chains, since the condition, the explanatory part and the requirement of the theorem are not explicitly revealed. Methodological techniques that give the opportunity to diversify forms of work with formulation of the theorem are still apart from the teachers' attention. None of the teachers interviewed offered their own way of organizing work at this stage. Some teachers noted that the types of assignment on the theorem at this stage depend on the background level of class and the complexity of the theorem.

Originality. The provided investigation showed that there are significant challenges, gaps, and weaknesses in the practice of teaching reasoning-and-proving in the secondary school.

Conclusion. Although teachers are aware of the importance of teaching students reasoning-and-proving, this work is often carried out unsystematically. Teachers don't take into account the laws of the process of learning, the laws of the construction and functioning of the didactic cycle. This leads to considerable difficulties for students in mastering the methods of non-contradictory arguments.

Key words: the secondary school; the theorem; learning the theorem's proofs; working with the theorem's formulation; finding the theorem proof; proving the theorem; consolidating the theorem proof.

Одержано редакцією 12.09.2017
Прийнято до публікації 19.09.2017

УДК 378.091:[001.895:796.41.012]"176/185" (045)

БАЛАШОВ Дмитро Іванович,
старший викладач кафедри теорії і методики
фізичної культури, Сумський державний
педагогічний університет імені А. С. Макаренка,
Україна
e-mail: balashov05021978@gmail.com

ХРОНОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ЗАСТОСУВАННЯ ІННОВАЦІЙНИХ ВИДІВ РУХОВОЇ АКТИВНОСТІ З ГІМНАСТИЧНОЮ СПРЯМОВАНІСТЮ В ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ ФАХІВЦІВ ФІЗИЧНОЇ КУЛЬТУРИ

Анотація. Визначено, що перші навчальні заклади з підготовки фахівців фізичного виховання створені у Скандинавських країнах наприкінці XVIII століття. Установлено, що застосування професійного підходу щодо підготовки фахівців фізичного виховання і, зокрема гімнастики, на території України, відносять до другої половини XVIII – першої половини XIX століть. Перші уроки гімнастики почали впроваджуватися в навчальних закладах України з 1864–1865 навчального року. Урочні форми фізичного виховання сформувалися у країнах