Keywords: *fundamentalization, future economists, informatization, mathematatization, technologization.*

Одержано редакцією 27.10.2017 р.
Прийнято до публікації 04.12.2017 р.

УДК 517.544.72 (045)

БОСОВСЬКИЙ Микола Васильович,
кандидат педагогічних наук,
доцент кафедри математики та методики навчання математики
Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: bosovskyy@gmail.com

БОЖКО Аліна Володимирівна,
аспірант кафедри математики та методики навчання математики Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького
e-mail: bozhko.alina@inbox.ru

ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ В УМОВАХ ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОГО ПІДХОДУ ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ ГРАНИЦЬ

Статтю присвячено проблемі вивчення вищої математики студентами непрофільних спеціальностей. На основі аналізу, узагальнення й систематизації наукових джерел визначено особливості вивчення границь у ВНЗ. Обґрунтовано основні компоненти диференційованого підходу вивчення границь.

Ключові слова: *границі, диференційоване навчання, вища математика, диференційований підхід, компетентність.*

Постановка проблеми. У зв'язку з вдосконалення системи освіти згідно закону України «Про вищу освіту» [3] вимагається упровадження в практику вищих навчальних закладів комплексу заходів, направлених на своєчасне забезпечення кожному студенту адекватних умов для його розвитку, формування повноцінної особи, отримання компетенцій, необхідних для набуття належного рівня знань.

У практиці навчально-виховної діяльності вищого навчального закладу поширені різні технології навчання. Одним із шляхів формування компетенцій в процесі навчання, реалізації індивідуальних особливостей студентів, здійснення особистісно-орієнтованого підходу в підготовці фахівців виступає диференційований підхід.

Диференційоване навчання – спеціально організована навчально-пізнавальна діяльність, яка з огляду на вік, індивідуальні особливості суб'єктів навчання, соціальний досвід, спрямована на оптимальний фізичний, духовний та психічний розвиток учнів та студентів, засвоєння необхідного обсягу знань, практичних дій за різними навчальними планами і програмами [4].

Основною метою диференційованого навчання є створення найкомфортніших умов для ефективного формування у студента компетенцій з вищої математики, які забезпечать йому досягнення такого рівня освоєння матеріалу, який відповідає його пізнавальним можливостям.

Забезпечення належного рівня математичної освіти набуває на сучасному етапі розвитку суспільства особливого значення. Компетенції математичної освіти для фахівців різних напрямів (математиків, фізиків, хіміків, економістів, інженерів, учителів та ін.) – основний інструмент засвоєння фахових дисциплін і майбутньої професійної діяльності. У ході вивчення цієї науки закладають не тільки методологічний, а й психофізіологічний фундамент системного, логічного та критичного мислення, що є життєво необхідним. Особливу роль у математичній підготовці фахівців відіграє теорія границь.

У курсі вищої математики для студентів за спеціальністю інженери з комп'ютерних систем є декілька тем, які, по перше, входять складовою частиною до змістових модулів, а по друге, є базою для розуміння багатьох ключових понять дисципліни у цілому. До таких тем можна віднести тему «Вступ до математичного аналізу», що містить у собі поняття границі числової послідовності, змінної величини і функції, неперервності функції у точці та на інтервалі. Розуміння основних положень цієї теми дає студенту змогу швидше і глибше засвоїти такі теми, як диференціальне та інтегральне числення, ряди тощо.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вивчення наукової літератури щодо історії становлення теорії границь, що вміщено в енциклопедичних виданнях, історіографічних збірниках, працях видатних математиків Б. Больцано, Д. Валліса, Ж. Даламбера, Л. Ейлера, Б. Кавальєрі, І. Кеплера, О. Коші, Г. Лейбніца, С. Люільє, І. Ньютона, Б. Паскаля, П. Ферма та ін. З'ясовано, що початок вивчення теорії границь в університетах пов'язують з ім'ям О. Коші. Учений 1814 р. увів поняття границі в проект програми для Політехнічної школи. У Російській імперії це поняття запропоноване в університетському курсі із 1830 р. М. В. Остроградським, відтоді його обов'язково вивчають студенти у складі математичного аналізу. До програми загальноосвітньої школи елементи сучасної теорії границь остаточно увійшли в період реформ 60-х р. 20 ст., які проводилися під керівництвом А. Колмогорова.

Нині теорію границь вивчають студенти різних напрямів підготовки в класичних, педагогічних, технічних та інших університетах України. Вона входить до складу курсів математичного аналізу чи вищої математики, причому в різному обсязі та із суттєвими змістовими відмінностями.

Мета даної статті – розглянути теоретичні та практичні питанням диференційованого підходу формування підготовчого матеріалу під час вивчення теорії границь.

Виклад основного матеріалу. У ВНЗ підготовча робота до вивчення теорії границь має бути спрямована на поступове накопичення досвіду, необхідного для свідомого засвоєння її основних понять і фактів. Студенти повинні відновити й вдосконалити навички розв'язування нерівностей, що містять змінну під знаком модуля, і навчитися геометрично інтерпретувати отримані розв'язки.

Важливо також сформувати в них уміння визначати, якому числовому проміжку області задання (на одній координатній осі) відповідає при заданій функції множина значень (числовий проміжок на іншій координатній осі). Для такої роботи нами розроблено систему вправ, більшість з таких завдань можна виконувати усно. Їх пропонуємо розглянути на окремому практичному занятті, яке передує систематичному вивченню теорії границь. Заняття передбачає:

1) систематизацію знань, умінь і навичок з теми «Модуль дійсного числа»;

2) відпрацювання способів дослідження різних видів послідовностей (зростаючі, спадні, обмежені, необмежені);

3) введення різних словосполучень, які будуть постійно використовуватися в подальшому («для великих значень n«, «для всіх достатньо великих значень n«, «для всіх значень n, починаючи з деякого», «n прямує до нескінченності», «послідовність a_n володіє властивістю P для великих значень n«, «для n, що прямує до нескінченності»).

Для формування компетентностей доцільно використовувати систему диференційованих вправ і задач (трудність виконання зростає зі зростанням порядкового номера завдання). Наведені вправи концентруються навколо таких понять: модуль дійсного числа, функція, окіл точки, «потрапити в окіл», відображення множини.

1. Чи містить множина розв'язків нерівності $|x| \le 5$ усі розв'язки нерівності $-2 \le x \le 5$?
2. Як записати без знака модуля:

1) $|a^2|, |a|^2, |a-b|$, якщо $a > b$;

2) $|a-b|$, якщо $a < b$;

3) $|-a|$, якщо a від'ємне.

3. Нерівності $0 \le x \le 6$ і $-6 \le x \le 0$ запишіть за допомогою знака модуля у вигляді однієї нерівності.
4. Чи є множина розв'язків нерівності $-2 \le x \le 2$ підмножиною множини розв'язків нерівності $-4 \le x \le 2$?
5. Запишіть наближені значення числа $\frac{4}{11}$ з недостачею і з надлишком з точністю до десятих, сотих, тисячних, десятитисячних. Як розмістяться на координатній прямій точки, що зображають ці числа? Чи є правильними нерівності:

1) $\frac{4}{11} - 0,36 < 0,1$; 2) $\frac{4}{11} - 0,363 < 0,0001$;

3) $\left|\frac{4}{11} - 0,364\right| < 0,0001$; 4) $\left|\frac{4}{11} - 0,3637\right| < 0,0001$?

6. Відомо, що $\frac{4}{11} = 0,363636...$. На координатній прямій заданий відрізок $[0,3636;\ 0,3637]$. 1) чи містить даний відрізок точку з координатою $\frac{4}{11}$? 2) чому дорівнює довжина цього відрізка? 3) чи належать цьому проміжку всі наближені значення числа $\frac{4}{11}$, точність яких більша за $0,0001$? 4) назвіть наближені значення числа $\frac{4}{11}$, які залишилися поза даним проміжком.
7. Змінна x визначена нерівністю $|x| < 0,1$. Назвіть декілька значень цієї змінної. Запишіть множину всіх значень цієї змінної у вигляді числового проміжку і зобразіть його на координатній прямій.

У навчанні теорії границь постійно використовуються поняття зростаючої, спадної, обмеженої та необмеженої послідовності. Ці знання починали формуватися в шкільному курсі математики. Тому їх потрібно перед вивченням теорії границь відновити й удосконалити.

Означення 1. Послідовність називається зростаючою, якщо кожен наступний член послідовності більший за попередній.

Означення 2. Послідовність називається спадною, якщо кожен наступний член послідовності менший за попередній.

Доцільно пригадати разом зі студентами такі факти. Якщо потрібно встановити, що $a_n < a_{n+1}$, то по-різному можна розв'язувати цю задачу: 1) розглядається різниця $a_n - a_{n+1}$, якщо вона більша за нуль, то послідовність є монотонно спадною, якщо менше від нуля – монотонно зростаючою; 2) нехай послідовність додатна, розглядається відношення $\frac{a_n}{a_{n+1}}$, якщо воно більше за одиницю, то послідовність спадна, якщо воно менше від одиниці, то послідовність зростаюча; 3) якщо для a_n і для a_{n+1} існує така функція $\varphi(n)$, що для всіх n виконується нерівність $a_n < \varphi(x) < a_{n+1}$ ($a_{n+1} < \varphi(x) < a_n$), то послідовність зростаюча (спадна).

Способам дослідження послідовностей на монотонність присвячені наступні вправи [1].

Завдання 1. Дослідити послідовність на монотонність:

1) $a_n = (-1)^n n^2$; 2) $b_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$; 3) $a_n = n^2$; 4) $a_n = n$.

Обмеженість бажано досліджувати як обмеженість зверху, обмеженість знизу та просто як обмеженість. Нагадаємо означення.

Означення 3. Послідовність називається обмеженою зверху, якщо існує число M таке, що для всіх n виконується рівність $a_n < M$.

Означення 4. Послідовність називається обмеженою знизу, якщо існує число m таке, що для всіх n виконується рівність $m < a_n$.

Означення 5. Послідовність називається обмеженою, якщо вона обмежена і зверху, і знизу.

Наступні вправи спрямовані на актуалізацію знань і вмінь, що стосуються поняття обмеженої та необмеженої послідовності:

Завдання 2. Дослідити послідовність на обмеженість:

1) $b_n = \frac{(-1)^n}{n}$; 2) $a_n = n$; 3) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2n}{n+1}$; 4) $a_n = (-1)^n n$; 5) $a_n = 1 + (-1)^n$.

Окрему увагу слід приділяти дослідженню деяких монотонних послідовностей, заданих рекурентно.

Зокрема розглянути випадок, коли послідовність задана рекурентно формулою $a_{n+1} = f(a_n)$, а функція $f(x)$ – неперервна у відповідній області. Якщо послідовність a_n має границю a, то, переходячи до границі у попередній рівності, дістанемо $a = f(a)$. Розв'язавши це рівняння, знаходимо границю послідовності. Це – загальна ідея. Основним моментом у її реалізації є дослідження збіжності послідовності. Часто такі послідовності виявляються монотонними і обмеженими, що й дозволяє у подальшому застосувати теорему Вейєрштрасса.

Далі доцільною є така система вправ.

1. Дослідіть на збіжність послідовність. У випадку збіжності знайдіть її границю: $a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{A}{a_n}\right), A > 0; a_0 > 0$.

Очікувана відповідь: Дослідження обмеженості.

2. Індуктивно встановлюємо, що послідовність додатна ($a_n > 0$ для довільного n); $a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{A}{a_n}\right) \geq \sqrt{a_n \frac{A}{a_n}} = \sqrt{A}$ (нерівність Коші). Послідовність обмежена знизу числом $\sqrt{A}$.

Дослідження монотонності.

$$a_{n+1}-a_n=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{A}{a_n}\right)-a_n=\frac{1}{2}\frac{A-a_n^2}{a_n}\le 0$$ (з урахуванням попередньої нерівності).

Послідовність спадає (не зростає).

У домашнє завдання доцільно винести такі завдання, що продовжують роботу, розпочату на практичному занятті.

1. Дослідить на монотонність і обмеженість послідовності:

1) $a_n=\dfrac{2n-4}{3n}$; 2) $b_n=-\dfrac{n^2}{3n^2+1}$; 3) $c_n=\dfrac{n^3}{3^n}$.

2. Доведіть за означенням, що послідовність $x_n=n!$ не обмежена.

Для опанування означення границі числової послідовності важливо, щоб студенти навчилися вільно користуватися низкою словосполучень. Наведемо найважливіші з них [2].

Словосполучення 1: «для великих значень n«. Коли кажуть, що послідовність a_n має дану властивість P «для великих значень n«, або «для всіх достатньо великих значень n«, або «для всіх значень n, починаючи з деякого», то необхідно мати на увазі, що можна знайти цілком визначене число N таке, що a_n володіє властивістю P для всіх значень n, більших за N.

Правильне розуміння зазначеного твердження доцільно формувати за допомогою розробленої нами системи вправ. Спільним для них є вихідне положення: задано послідовність $a_n=\varphi(n)$ і деяку властивість P так, що можливими є тільки три випадки: 1) значення n, для яких a_n володіє даною властивістю, утворюють скінченну множину; 2) значення n, для яких a_n не володіє даною властивістю, утворюють скінченну множину; 3) жодна з цих множин не є скінченною.

Завдання. З'ясуйте, який з трьох випадків має місце для заданої послідовності $\varphi(n)$:

1) $\varphi(n)=2n$, P – властивість «ділитись на 5»;

2) $\varphi(n)=n^2$, P – властивість «бути непарним»;

3) $\varphi(n)=2-(-1)^n\cdot\dfrac{1}{n}$, P – властивість «$\varphi(n)<1;\varphi(n)<2;\varphi(n)<3$«;

4) $\varphi(n)=\dfrac{1}{3n+5}$, P – властивість «$\varphi(n)<0,01$«.

Словосполучення 2: «n прямує до нескінченності». Важливим є повне розуміння того, що коли говориться «n прямує до нескінченності» $(n\to\infty)$, то мається на увазі тільки те, що n послідовно набуває значення, які необмежено зростають. Крім того, потрібно мати на увазі, що:

а) символ ∞ сам собою нічого не означає, хоча фрази, які його містять, іноді мають цілком визначений смисл;

б) у кожному випадку, коли потрібно, щоб фраза, яка містить символ ∞, щось означала, необхідно за допомогою спеціального означення попередньо надати цій фразі певний смисл.

Словосполучення 3: «послідовність a_n володіє властивістю P для великих значень n«, або для «n, що прямує до нескінченності» у тому смислі, який щойно пояснено, означає, що n, врешті-решт, буде набувати значень, достатньо великих для того, щоб забезпечити послідовності a_n властивість P. Таким чином, запитання: «Якими властивостями володіє послідовність a_n для достатньо великих значень n?» можна сформулювати ще й так: «Як поводить себе a_n, коли n прямує до нескінченності?».

Здатність розпізнавати кожну з цих ситуацій формується на прикладах. Система задач має охоплювати всі можливі випадки і бути сконструйованою так, щоб методи їх дослідження (аналізу) можна було перенести на інші подібні класи послідовностей. Наведемо один з можливих варіантів такої системи задач.

Завдання. З'ясуйте поведінку послідовностей a_n при $n \to \infty$. Подайте геометричні інтерпретації.

$$1)\,a_n = \frac{1}{n};\ 2)\,a_n = c \cdot n + d;\ 3)\,a_n = \frac{1}{n+(-1)^n};\ 4)\,a_n = \frac{(-1)^n}{n};\ 5)\,a_n = 2^n;\ 6)\,a_n = n+(-1)^n.$$

Висновки. Формування компетентностей в умовах диференційованого підходу при підготовці до вивчення теорії границь здійснюється системою вправ, таким чином, щоб на їх основі можна було будувати виклад теоретичного матеріалу змістового блоку «Границя послідовності», «Границя функції», «Неперервність» тощо.

Список використаної літератури.

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа / Л. Д. Кудрявцев. – М.: Наука, 1989. – 402с.
2. Овчинников П. Ф. Высшая математика / П. Ф. Овчинников, Ф. П. Яремчук, В.М. Михайленко. – К. : Вища школа, 1987. – 540 с.
3. Закон України «Про вищу освіту» [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/1556-18.
4. Пунтус Т. С. Використання диференційованого навчання у вищій школі: навчальний матеріал / Т. С. Пунтус, А. В. Полякова, [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.rusnauka.com/3_ANR_2014/Pedagogica/5_155965.doc.htm.

References.

1. Kudryavtsev L. D. (1989). *Short course of mathematical analysis*. Moscow: Nauka. 402 p. (in Rus.)
2. Ovchinnikov, P. F., Yaremchuk, F. P., & Mikhailenko, V. M. (1987). *Higher mathematics*. Kiev: Vyshcha shkola. (in Rus.)
3. *Law of Ukraine «On Higher Education»*. Retrieved from http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/1556-18 (in Ukr.)
4. Puntus, T. S. & Polyakova, A. V. *Using differential education in high school: educational material.* Retrieved from http://www.rusnauka.com/3_ANR_2014/Pedagogica/5_155965.doc.htm (in Ukr.)

BOSOVSKY M.,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics of Bogdan Khmelnytsky Cherkasy National University.
BOZHKO A.,
Post-Graduate Student of the Department of Mathematics and and Methods of Teaching Mathematics of the Bogdan Khmelnytsky Cherkasy National University.

FORMATION OF COMPETENCIES IN A DIFFERENTIATED APPROACH IN PREPARATION FOR THE STUDY OF THE THEORY OF BOUNDARIES.

Abstract. Introduction. *According to Ukrainian law the education system requires the introduction of a set of activities in higher education institutions. It provides adequate conditions for each student in development, in the formation full-fledged person and the acquisition of competencies necessary for acquiring the appropriate level of knowledge.*

Methods. *Differentiated learning is a specially organized educational and cognitive activity that takes into account the age, individual peculiarities of subjects of study, social experience, aimed at optimal physical, spiritual and mental development of students and students, the acquisition of the necessary knowledge, practical actions under different curricula and programs.*

Purpose. *Try to consider the theoretical and practical issues of a differentiated approach to the formation of preparatory material during the study of the theory of boundaries.*

Results. *According to our research we have developed a system of exercises which can be useful in studying such notions as a module of a real number, a function, an okil point, «get into the area», the mapping of the plural.*

Originality. *Development of the system of exercises, so that on their basis it was possible to construct an outline of the theoretical material of the content block «The boundary of the sequence», «The boundary of the function», etc.*

Conclusion. *Thus, based on the analysis of theoretical sources, a system of exercises was developed to improve the material absorption by students of higher educational institutions with different levels of knowledge.*

Keywords: *boundaries, differentiated learning, higher mathematics, differentiated approach, competence.*

Одержано редакцією 19.11.2017 р.
Прийнято до публікації 04.12.2017 р.

УДК 372.8+001.2

БОДНАР Лілія Василівна,
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри інноваційних технологій та методики навчання природничих дисциплін
ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського»
e-mail: bodnarl79@gmail.com

ІНФОРМАЦІЙНІ ПІДХОДИ ЯК МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ

Стаття розкриває особливості інформаційних підходів у природничих та гуманітарних науках. Розглядається зміст інформації про об'єкти з точки зору інформаційних підходів. Доведено універсальність їх застосування у різних галузях дослідження: фізиці, хімії, біології, психології, лінгвістиці, а також мистецтві. Розкрита кількісна та якісна оцінка інформації при дослідженні літературних особливостей перекладу творів.

Ключові слова: *інформація, невизначеність, ймовірність, ентропія, інформаційні підходи.*

Постановка проблеми. У теперішній час у природничих і гуманітарних науках істотнім є застосування інформаційних підходів як одного з сучасних методів дослідження. Хотілося б відмітити, що особливості природничих наук полягають у тому, що вони мають потужні інструменти для перевірки закономірностей, виявлених у процесі дослідження в той час, як у гуманітарних спостерігається необхідність урахування феномену свободи, тобто менше визначеності і більше гіпотетичності [1]. Відносно новим загальнонауковим методом є інформаційні підходи, суть якого полягає в тому, що при вивченні будь-якого об'єкта перш за все, виявляються найхарактерніші для нього інформаційні характеристики, що дають змогу його кількісного дослідження на основі знання загальних властивостей та закономірностей інформаційних процесів. Особливої ролі інформаційні підходи набули в результаті розвитку інформаційно-комунікаційних технологій, що вимагає змін у відношенні до подачі інформаційно-змістового контенту при вивченні дисциплін як природничого, так і гуманітарного профілю. Тому головною проблемою дослідження є детальне визначення меж застосування інформаційних підходів у різних галузях науки.