DOI 10.31651/2524-2660-2019-3-68-74
ORCID 0000-0002-8124-2233

КАРАИВАНОВА Мария Асенова,

кандидат педагогических наук, преподаватель,
Академия музыки, танца и изобразительных искусств в Пловдиве,
член Ассоциации профессоров славянских стран, член Союза ученых Болгарии,
Республика Болгария
e-mail: mariakaraivanova@abv.bg

УДК 371

ОБ ИНФОРМАЦИОННОЙ КУЛЬТУРЕ, МУЗЫКАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ И ИХ СОВМЕЩЕНИИ В ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОМ ИСКУССТВЕ

Рассматриваются возможности формирования музыкальной грамотности средствами математического моделирования в контексте современной информационной культуры.

Показывается, как с помощью простых математических инструментов могут отображаться основные категории в музыке – высота тона, музыкальный интервал, согласные тоны и интервалы, музыкальная мелодия, структура модальных интервалов.

Обращается внимание на то, что математические отношения в музыке представляются также как ключевое звено в изобразительном искусстве при изучении линейных орнаментов и овалов.

Обосновывается, что интеграция разнородного содержания определяет богатый культурный контекст, в котором преподаватель повышает уровень своих профессиональных компетенций, преодолевая узкое предметное мышление, расширяя круг своих интересов и масштаб инновационной деятельности в профессиональной сфере, подходя к этому с позиций информационной культуры.

Ключевые слова*: правильная дробь; оператор умножения; математическое моделирование; музыкальная мелодия; модальная структура линейного орнамента; овальная форма.*

Постановка проблемы. Характер и скорость общественно-экономических изменений ставят современную педагогику перед сложной задачей настроить свои консервативные устои на активный инновационный режим. Решения такой задачи в ее различных аспектах зависят от информационной культуры, которую современный человек накапливает стихийно, в зависимости от потребностей ее использования.

Анализ последних исследований и публикаций. Идея *полисубъектного взаимодействия в развитии личности* (Л. Митина [1]) не имеет альтернативы и связана с *контекстно-компетентностным подходом* (А. Вербицкий [2]), создает условия для идейного и практического проникновения *информационной культуры* в образовательное пространство. Для этого необходимо разрабатывать *модельное изложение* учебного содержания, которое способствует *конструктивизму* в овладевании им и позволяет *комплексный и коннективистический подходы для его* осмысления и применения в исследовательских и творческих процессах.

Развитие личности в этом плане является **целью статьи** в контексте многолетней научно-исследовательской работы с элементарным математическим моделированием, применяемом для интеграции разнородных знаний. С информационным подходом к традиционному учебному содержанию интегрированная научная подготовка в данной предметной области совмещается с ее интерпретациями в различных других областях. Достигается сочетание профессиональных и общекультурных компетенций, которые дают толчок личностному развитию. Такой толчок наблюдается в области музыки.

Изложение основного материала исследования. Модельный подход к изучению музыки появился еще в древности. Пифагор (VI в. до н.э.) заложил основы музыкалой теории, исследуя созвучность тонов между собой. Для этого он измерил две длины: всей струны L (основной тон) и ее выбранной части (производный тон); сопоставил ощущение созвучности с отношением полученных чисел и установил эквивалентность трех типов моделей в музыке: *сенсорную* (ощущение сочетания звучащих тонов); *физическую* (вибрирующая струна и ее части); *математическую* (числовые измерения длины). Сегодня открытия Пифагора и их развитие в истории европейской культуры позволяют создать *объективный инструментарий*, совместимый с традиционными методиками для изучения музыки, в которых музыкальный слух играет ведущую роль. Математическое моделирование способствует музыкальной грамотности более высокого порядка, обслуживающего как профессиональную музыкальную подготовку, так и процессы общего развития личности.

1. Основные математические модели в музыке. Однозначно-обратимое соответствие «*высота тона – отрезок* (струна) – *число* (длина)», которое устанавливает Пифагор, дает возможность моделировать тоново-высотную организацию в музыке и изучать основные понятия и зависимости с помощью математических конструкций.

1.1. Музыкальный интервал образуется двумя тонами и моделируется длинами звучащих частей струны (И. Быстрый [3]). Эти длины L_m и L_n однозначно определяют музыкальный интервал как восходящий или нисходящий. Пусть, для определенности, длины находятся в отношении L_n к L_m (рис. 1).

$$(L_m; L_n) = L_n/L_m$$

Рис. 1. Математическая модель музыкального интервала.

Отношение длин L_n/L_m называется *акустической величиной*, задает основную характеристику интервала, и *не зависит от составных тонов*, т.е. длин, которые их воспроизводят. Акустические величины являются объективным показателем для изучения музыкальных интервалов. Через них интервалы сравниваются точно и классифицируются как по величине, так и по созвучности (консонантность).

Утвердившиеся представления о консонантности моделируются через отношения типа $\dfrac{n}{n+1}$, где n – естественное число. При n=1 степень созвучности между тонами является самой высокой. С увеличением числа n акустическая величина растет, а разница между высотами двух тонов и степенью их созвучности уменьшается.

Пифагорейцы обособляют тоновые высоты, используя числовые отношения в двух качествах:

– *операторы умножения*, которые отделяют части длины струны, и вводят ими новые тоновые высоты;

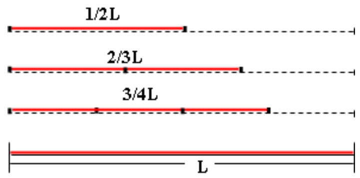
– *акустические величины*, которыми определяются интервалы по степени консонантности.

Обе функции числовых отношений сливаются при решении основной задачи в музыке – *построение конкретного музыкального интервала с данного тона* (М. Караиванова [4]).

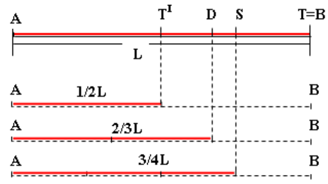
В духе пифагорейской традиции, набор тональных высот – *музыкальный строй* – вводится самыми созвучными интервалами.

1.2. Орфеев строй. Пифагор ищет законы, по которым была настроена мифическая лира Орфея. Он применяет к длине струны операторы умножения: ω=1/2, φ=2/3 и ψ=3/4 и определяет четыре тона исключительного (божественного) строя: *основной тон,* звучащий от всей длины L струны, и *производные тоны*, звучащие от ее частей $1/2L$; $2/3L$; $3/4L$, (рис. 2, а).

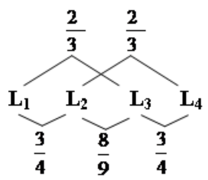
Применяемые в одном и том же конце струны, эти операторы фиксируют по ее длине позиции тонов, которые вместе с *основным* известны сегодня как *тоника* (T=L), *субдоминанта* (S=$3/4L$), *доминанта* (D=$2/3L$) и *тоника через октаву* (T^{I}=$1/2L$) (Рис. 2, б).



а) Длины, определяющие тоны;



б) Позиции тонов на струне;



в) Орфеевы музыкальные интервалы

Рис. 2. Моделирование строя Орфея

Расположенные по высоте: L_1=L; L_2=3/4L; L_3=2/3L; L_4=1/2L (рис. 2, в), эти четыре тона образуют *орфеев строй,* и интервалы в нем характеризуются самой высокой степенью созвучности – их акустические значения получаются для n=1, 2, 3 и 8:

1/2 = (L; 1/2L) – октава;
2/3 = (L; 2/3L) = (3/4L; 1/2L) – квинта;
3/4 = (L ; 3/4 L) = (2/3L; 1/2L) – кварта;
8/9 = (3/4L; 2/3L) – секунда.

Математическое моделирование орфеева строя задает *технологическую модель* для введения и изучения тоново-высотной организации.

1.3. Восьмиступенная диатоническая гамма. Различные операторы умножения, примененные к конкретной длине струны L, конструируют музыкальную гамму как *последовательность восьми* тоновых высот и как *структуру* интервалов, образованных между соседними тонами. Технологические шаги удобно представляются посредством числовых моделей *нату-*

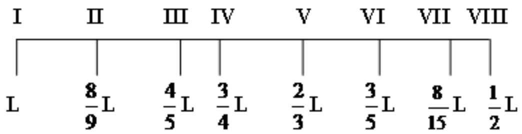
рального музыкального строя (рис. 3) (И. Быстрый [3]).

Числовые отношения натурального строя как операторы умножения моделируют одновременно тоновые высоты и интервалы, которые эти высоты образуют с основным тоном. На этой основе вводятся:

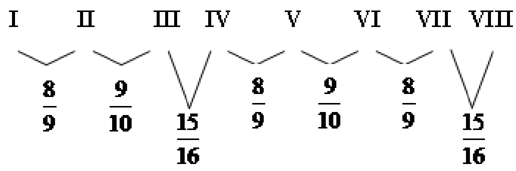
– диатонические ступени в гамме (рис. 3, а);

– классификация интервалов по объему ступеней: секунда – (I; II) = 8/9; терция – (I; III) = 4/5; кварта – (I; IV) = 3/4; квинта – (I; V) = 2/3; секста – (I; VI) = 3/5; септима – (I; VII) = 8/15; октава – (I; VIII) = 1/2;

– линейная интервальная структура, определенная соседними диатоническими ступенями, т. е. секундами (рис. 3, б).



а) Диатонические ступени, определенные числовыми отношениями



б) Интервалы между соседними диатоническими ступенями.

Рис. 3. Восьмиступенная диатоническая гамма.

Оба типа секунд – большая (8/9≈9/10) и малая (15/16) – чередуются неравномерно и задают сущностную интонационную характеристику гаммы, определяемую как мажорная (рис. 4).

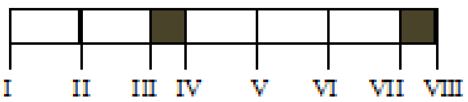


Рис. 4. Мажорная линейная интервальная структура.

<u>1.4. Ряд диатонических тонов.</u> Октава, самый консонантный интервал в орфеевом строе, имеет два проявления: ω=1/2 (*восходящее*) и ω^{-1}=2 (*нисходящее)* и, будучи примененной как оператор умножения к определенному L (рис.5), порождает, соответственно, более высокий и более низкий тон. Такие октавные ходы определяют тоны с общим названием.

$$\xleftarrow{\omega^{-3}} L_2 \xleftarrow{\omega^{-2}} L_1 \xleftarrow{\omega^{-1}} L \xrightarrow{\omega} L^1 \xrightarrow{\omega^{2}} L^2 \xrightarrow{\omega^{3}}$$

Рис. 5. Последовательные октавные ходы от тона L

Рис. 6. Названия тонов диатонических ступеней.

Последовательные октавные ходы от каждой ступени гаммы переносят ее как совокупность тонов в двух направлениях: восходящем и нисходящем, и как мажорная интервальная структура она распростирается в частотном охвате человеческого слуха. Октавно пренесенные тоны образуют *тоновый ряд*, а частотный эталон высоты 440 Hz позволяет фиксировать звучание элементов ряда и установить базовое соответствие между современными названиями тонов и диатоническими ступенями (рис. 6).

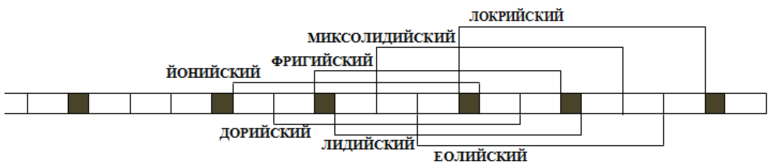
Полученный тоновый ряд можно рассматриваться как *цепь мажорных гамм*, которые начинаются с тона «c» и подчинены условиям:

1. Последний тон (VIII ст.) какой либо из них является первым (I ст.) для следующей;

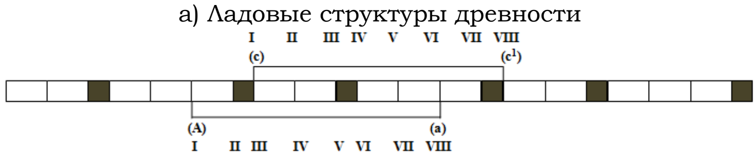
2. Ступеням с одним и тем же порядковым номером соответствуют одноименные тоны, расположенные через семь позиций.

Позиция первой ступени тонового ряда является определяющей для структуры. Со сменой позиции первой ступени изменяется чередование больших и малых секунд и слуховое ощущение тоновой последовательности (М. Караиванова [5]). Образуется новая цепь гамм.

Возможные различные позиции первой ступени задают линейными структурами из секунд (больших и малых) семь цепей гамм, известных как *старинные лады.* (рис. 7, а). В развитии европейской музыки утверждаются две из этих структур – мажорная (I ст. = тон «c») и минорная (I ст.= тон «a») (рис. 7, б).



а) Ладовые структуры древности



б) Натуральные тональности: мажорная и минорная.
Рис. 7. Интервальные структуры тонового ряда.

Изложенный модельный подход изъявляет количественные и урегулированные закономерности в диатоническом тональном ряду, которые позволяют вводить числовые функции и изучать по ним основные категории в музыке – интервалы, ладовые структуры, функции диатонических ступеней, кварто-квинтовый круг тональностей … (М. Караиванова [4])

<u>2. Дидактические проекции симбиоза математика – музыка.</u> С применением математического моделирования при изучении музыки усиливается роль интеллекта в традиционных видах деятельности для развития музыкальной чувствительности, задаются объективные критерии, которые содействуют осмыслению и систематизации слуховых ощущений при построении понятийного аппарата. А объективизация учебной деятельности в музыкальном образовании (профессиональном или общем) по-новому способствует развитию личности.

Симбиоз математика-музыка представлен и имеет существенную роль в научно-исследовательской работе для интеграции разнородного учебного содержания посредством математического моделирования. Такая интеграция реализуется в образовательном процессе через тематические модули. Математические связки и закономерности в модулях составляют «скелет», вокруг которого интегративно наслаиваются связанные в соответствующие темы вопросы из различных областей: история, математика, музыка, физика, история изобразительного искусства, литература, география, биология, логика …

Моделирование музыкальных явлений математическими конструкциями и операциями придает универсальность законам в музыке. Создаются условия для реализации *коннективистского подхода*, т.е. информационные элементы, насыщенные «музыкальным» содержанием, переносятся в другие области познания и включаются в разнообразные информационные сети. *Конструируется* новый контекст с широким охватом для разнородных знаний, раскрываются органические связи между различными познавательными областями, среди которых и музыка.

В этом смысле музыкальная грамотность, достигаемая интегративно математическими средствами, является адекватной современной информационной культуре. Она не зависит от качеств слуха, что делает ее широко доступной в произвольной степени углубленности. Ее элементы проявляются как базовые компетенции, которые позволяют преподавателям, ученикам и студентам включаться в совместные исследовательские и творческие виды деятельности. Подчиненные коннективизму, эти виды деятельности ведут к углублению познаний о музыке и ее сопричастности к другим областям познания.

Органично связанные исследовательские и творческие процессы установлены в специализированной школе для художников (СХУИИ «Ц. Лавренов», г. Пловдива) при встраивании интегрированных модулей в обязательную программу по математике.

Симбиоз математика-музыка сильно впечатляет учеников и мотивирует их к учебной деятельности. Вопреки своему холодноватому отношению к математике, они не жалеют сил, чтобы изучить разработанные преподавателем абстрактные математические модели, позволяющие моделировать основополагающие закономерности в изобразительном искусстве или музыке. Приобретенная таким образом музыкальная грамотность вплетается естественно в общую и профессиональную подготовку художника.

Еще в седьмом классе ученики овладевают уравнениями типа:

$$F(x;y)=\bigcup_{n\in z}\left\{(x;y)\in R^2 \mid F(x-nT;y)=0; -|a|\le x-nT\le|b|\right\}.$$

С усложнением изучаемого по программе математического аппарата, уравнения становятся средством (И. Быстрый [3, с. 289–293]), позволяющим преподавателям и ученикам решать исследовательские и художественно-творческие задачи специализированной подготовки. Примером в этом отношении являются интегративно изучаемые различные аспекты (исторический, теологический, технологический) линейной орнаментики.

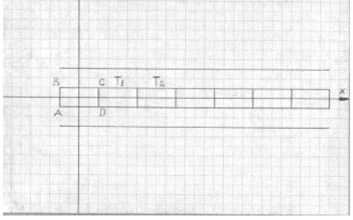
Изображения линейных орнаментов с археологических находок ученики рассматривают в контексте соответствующей исторической эпохи – изучают культурные пласты, в которых орнаменты появляются как ритуальные характеристики и олицетворяют определенные верования. В последствие, каждый создает исторический рисунок орнамента по выбору (рис. 10, *а*), исследует его и воссоздает через математическое моделирование: составляет уравнение (рис. 10, *б*), чертит по нему график (рис. 10, *в*) и рисует линейный орнамент (рис. 10, *г*), моделируя цветовые решения с помощью функции «дробная часть числа».

а) Орнамент с Вратами Иштар (акварель)

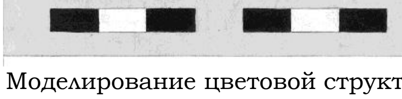
$$F=\bigcup_{n\in z}\left\{\{|y|\le 1; x-2n=-1\}\cup\{|x-2n|\le 1; |x|\le 1\}\right\} l\left(4\left\{\frac{n}{4}\right\}\right)$$

$l(0)$=жълто; $l(1)=l(3)$=черно; $l(2)$=бяло

б) Множественное уравнение орнамента;



в) График уравнения

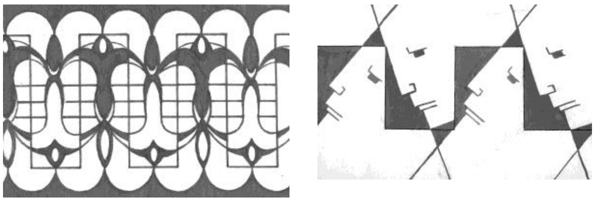


г) Моделирование цветовой структуры

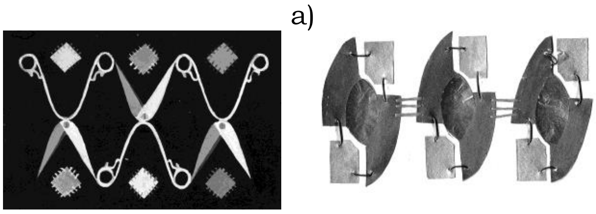
Рис. 10. Этапы интегративного изучения линейного орнамента.

В процессе моделирования раскрываются неизвестные характеристики орнаментов – числовые отношения в их конструкции определяются конкретными музыкальными интервалам натурального строя. Преднамеренно или нет, включение определенных музыкальных интервалов в древнюю ритуальную образность пробуждает в молодых людях стремление к познанию и задает модель для визуализации созвучности между тонами посредством математических зависимостей.

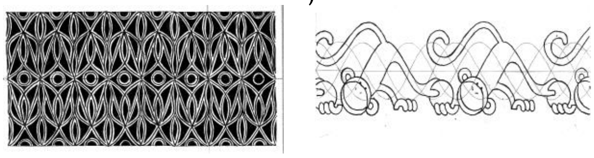
Подобная идея обогащает выразительные средства будущих художников и провоцирует их фантазию. Используя «музыкальные» отношения с различной степенью консонантности, они сочиняют свои линейные орнаменты (рис. 11) и моделируют их изучаемыми математическими функциями: $y=ax+в$ (рис.11, а); $y=ax^2$ (рис. 11, б); $y=\sin x$ (рис.11, в).



а)



б)



в)

Рис. 11. Линейные орнаменты на математической основе, с вложенными в нее музыкальными интервалами.

При систематическом применении математическое моделирование исторических образцов показывает, что акустические значения октавы, квинты, кварты, секунды… преобладают в ритуальных орнаментах Месопотамии, Древнего Египта, Древней Греции …

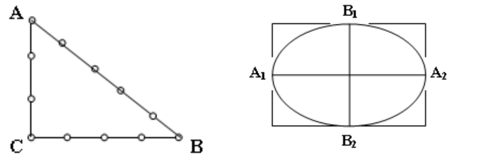
Музыкальные интервалы как числовые отношения обнаруживаются и в архитектуре болгарского возрождения. Возрожденческий строительный канон конструирует реляцию «перпендикулярность» с «египетским треугольником» (рис. 12, а), т.е. треугольником со сторонами, чьи длины задают натуральные интервалы:

кварта (AC/CB = 3/4),

терция (CB/AB = 4/5) и

секста (AC/AB = 3/5).

Акустические величины из натурального музыкального строя обнаруживаются и в различных архитектурных элементах, определяющих облик зданий. Среди многочисленных примеров «музыкальности» эстетического решения находится резной овал на потолке центрального помещения в этнографическом музее в Пловдиве. Выбранная возрожденческим мастером форма овала соответствует «квинтовому» отношению между двумя осями: $B_1B_2/A_1A_2 = 2/3$ (рис. 12, б).

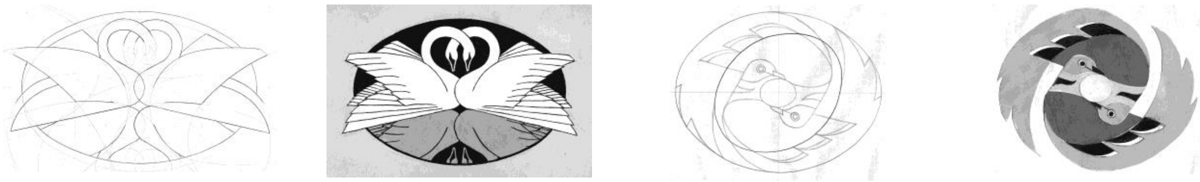


а) Египетский треугольник

б) Овальная форма, смоделированная в «квинтовом» отношении

Рис.12. «Музыкальные» отношения в геометрических формах

С изменением в «созвучности» осей изменяется форма овала. Выразительные возможности этих связей интригуют будущих художников и подталкивают их к эстетическим поискам. Ученики подбирают подходяще «звучащие» овалы, из них и их частей моделируют художественные композиции (рис. 13).



а) лебеди

б) голуби

Рис. 13. Художественные композиции из овалов, смоделированные с «музыкальными» отношениями

Взаимное проникновение знаний и умений в областях математика, музыка и изобразительное искусство является элементом более широкой интеграции, которая включает и другие учебные предметы (история, литература, технология живописи ...).

Математический заряд высокоорганизованной музыкальной материи в состоянии генерировать ее проекции в каждой познавательной области, занимающейся измерением величин.

Научное исследование разнородного учебного содержания, интегрированного через математическое моделирование, продолжает проводиться в условиях как среднего, так и высшего образования. Наблюдения показывают, что интегрированные модули, изучавшиеся математическими средствами, задают новые опоры и вехи для *личностного развития преподавателей, студентов, учеников*.

Преподаватели и студенты (ученики) участвуют совместно в творческих процессах для моделирования интегрированных ситуаций. Создается полисубъектное образовательное пространство, в котором акценты перемещаются с процесса обучения на его результат (Е. Рангелова, И. Федотенко [6]).

Круг интересов молодых людей расширяется, а их мотивация к учебной деятельности в интегрированных областях приобретает устойчивость. Образовательные результаты, которых достигают студенты и ученики, превышают уровни, заложенные как стандарты в учебные программы по соответствующим учебным дисциплинам.

Профессиональное развитие преподавателей качественно меняется от деструктивного (адаптивного), определяемого формализмом узкопредметной компетентности и рутинностью однообразных повторений, к конструктивному – раскрываются потенциальные возможности и перспективы для личного и профессионального развития (Л. Митина [1]).

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Интеграция разнородного содержания задает богатый культурный контекст, в котором преподаватель повышает уровень своих профессиональных компетенций. Он преодолевает свое узкое предметное мышление, обогащает круг своих интересов, расширяет охват инновационной деятельности в профессиональной сфере, подходя к этому с информационной культурой.

Перспектива тематических интегрированных модулей, разработанных математическим моделированием, определяется условиями, которые они создают, для саморазвития педагога.

Список библиографических ссылок

1. Митина Л.М. Личностно-профессиональное развитие субъектов образовательного пространства ВУЗА: методология, теория, практика. *Педагогическата среда в университета като пространство за професионално-личностно развитие на бъдещия специалист*, кн. II, т. I. Габрово: Екс-прес, 2011, С. 27–32;
2. Вербицкий, А. Проблемы реформирования российского професионального образования: компетентностно-контекстный подход. *Педагогическата среда в университета като пространство за професионално-личностно развитие на бъдещия специалист*, кн.II, т.I. Екс-прес, Габрово, 2011, С. 95–100;
3. Быстрый, И.М. Школа духовно развитого человека. София: Зора, 2001, С. 256–260;
4. Караиванова, М.А. Математическое моделирование мажорных тональностей в музыке. *Ученые записки Российской академии музыки им. Гнесиных*. Москва, 2013, №3, С. 57;
5. Караиванова, М.А. Математическото моделиране като средство за изучаване на музика. *Юбилеен годишник на АМТИИ*. Пловдив, 2009, С. 101–109;
6. Рангелова Е.М., Федотенко И.Л. Апробация инновационных программ бакалавриата: проблемы и перспективы. *Теория и практика на психолого-педагогическата подготовка на специалиста в университета*, кн. I, т. II. Екс-прес, Габрово, 2015, С. 57–60.

References

1. Mitina, L.M. (2011). Personal and professional development of subjects of the educational space of a university: methodology, theory, practice. *Pedagogical environment at the university as a space for the professional and personal development of a future specialist* (Book II, Vol. I). Gabrovo: Ex-Pres. 27–32;
2. Verbitsky, A. (2011). Problems of reforming Russian vocational education: a competence-contextual approach. *Pedagogical environment at the university as a space for the professional and personal development of a future specialist* (Book II, Vol. I). Gabrovo: Ex-Pres. 95–100;
3. Bystryy, I.M. (2001). School of a spiritually developed person. Sofia: Zora, 256–260;
4. Karaivanova, M.A. (2013). Mathematical modeling of major keys in music. *Scientific notes of the Gnesins Russian Academy of Music*. Moscow. 3, 57;
5. Karaivanova, M.A. (2009). Mathematical modeling as a tool for learning music. *The anniversary of AMTIA*. Plovdiv. 101–109;
6. Rangelova, E.M., Fedotenko, I.L. (2015). Testing innovative undergraduate programs: problems and prospects. *Theory and practice on psychological and pedagogical training for a specialist at the university* (Book I, Volume II). Gabrovo: Ex-Pres. 57–60.

KARAIVANOVA Maria,
PhD in Pedagogy, Teacher,
Academy of Music, Dance and Fine Arts in Plovdiv,
Member of Professors of Slavic Countries Association, Member of Bulgaria Union of Scientists,
Republic of Bulgaria

ABOUT INFORMATION CULTURE, MUSICAL LITERACY AND THEIR COMBINATION IN FINE ART

Summary. *Introduction. In the context of modern information culture are presented opportunities for acquiring music literacy by means of mathematical modeling.*

It is shown how, using simple mathematical tools, the main categories in music can be displayed - pitch, musical interval, consonant tones and intervals, musical melody, structure of modal intervals.

Attention is drawn to the fact that mathematical relations in music are also presented as a key link in the visual arts in the study of linear ornaments and ovals.

Originality. With simple mathematical tools it displays basic categories in music – tone height, musical interval, consonant tones and intervals, music tune, modal interval structure. Mathematical relations in music are presented as a key link to fine arts in studying of linear ornaments and ovals.

It is proved that the integration of heterogeneous content defines a rich cultural context in which the teacher increases the level of his professional competencies, overcoming narrow objective thinking, expanding his circle of interests and the scale of innovative activity in the professional sphere, approaching this from the standpoint of information culture.

Conclusion. The mutual penetration of knowledge and skills in the fields of mathematics, music and visual arts is an element of wider integration, which includes other academic subjects (history, literature, painting technology).

The integration of heterogeneous content sets a rich cultural context in which the teacher enhances his professional competencies. He overcomes his narrow objective thinking, enriches the circle of his interests, expands the scope of innovation in the professional sphere, approaching this with an information culture.

Keywords: *proper fraction; multiplication operator; mathematical modeling; musical tune; modal structure linear ornament; oval.*

Одержано редакцією 30.06.2019
Прийнято до публікації 24.07.2019