

DOI 10.31651/2524-2660-2019-3-74-79
ORCID 0000-0001-5387-1115

МИКАЕЛЯН Гамлет Суренович,

доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой математики и методики ее преподавания,
Армянский государственный педагогический университет имени Хачатура Абовяна,
Республика Армения
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

УДК 372.851

ЭСТЕТИЧЕСКИЙ ИДЕАЛ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Раскрывается сущность понятия идеала в математике как представления каждого человека (человеческой группы, общества) о совершенстве, эталон и высшая цель, к которой он стремится.

Обращается внимание на то, что понятие идеала всегда связывается с определенным феноменом. Таковым в области эстетических ценностей является эстетический идеал.

Рассматриваются примеры эстетического идеала в математике: точка, прямая, плоскость, треугольник, четырехугольник, равенство, теорема, доказательство и другие понятия школьной математики.

Показывается, что условиями, характеризующими эстетический идеал, являются как различные признаки эстетической привлекательности математических объектов, так и золотое сечение.

Обосновывается, что с точки зрения объективных признаков, математический идеал не зависит от субъекта. С точки зрения субъективных признаков научной эстетики, проявляющейся в результате математической деятельности, эстетический идеал не имеет чисто математического характера и выражается в проявлениях, характерных человеческой деятельности.

Ключевые слова: идеал; эстетический идеал; признаки математического прекрасного; прямая; симметрия; золотое сечение.

Постановка проблемы. Каждая эпоха формирует свое обобщенное представление и восприятие социального, морального, эстетического идеала. В древние времена воплощением идеала служили греческие боги, которые были эталонами морального и эстетического совершенства. Европейское средневековье, на основе христианского вероучения, физического и нравственного совершенства человека выдвинуло свой идеал, воплощенного в рыцарском облике. Возрождение выдвинуло на передний план идеал красоты, в центре которого была гармония человеческого тела, основанная на принципах симметрии, золотого сечения и других принципов красоты. Сложившиеся в недрах феодализма буржуазные отношения выдвинули на первый план идеалы свободы, равенства и братства. Социализм выдвинул идеал коммунизма, основой которого был труд. Для современного общества идеалом стали деньги, материальные ценности.

Эстетический идеал, рассматриваемый в качестве **цели статьи**, также является одним из способов раскрытия сути прекрасного, впервые использованный теоретиками классицизма, основывавшихся на наиболее мощном проявлении искусства в Древней Греции – традициях скульптурного искусства. Эстетический идеал здесь – скульптурные образы богов, отличающиеся совершенством, а также своим превосходством над человеческими формами и размерами, что являлось основой не только поклонению им, но и мерилом красоты.

Прекрасным было то, что было близко к этому эстетическому идеалу.

Следуя этим традициям оценки прекрасного, представители классицизма считали идеалом ту умозрительную модель, которая согласовалась с идеей классицизма.

Анализ последних исследований и публикаций. Выдающийся теоретик этого периода И. Винкельман, к примеру, предлагает следующую формулу идеала классицизма: «изящная простота и мирное величие» [1, с. 140].

Исходя из этого, данного классицизмом определения идеала прекрасного, искусствовед В. Бранский приводит общее описание прекрасного посредством эстетического идеала – как соответствие умозрительной модели (и ее материальной реализации) с эстетическими идеалами. Это определение может быть применено как к эстетическому идеалу, принятому каждым человеком, так и к другим классическим, романтическим, реалистическим, символическим, импрессионистическим, фовистским, кубистским, сюрреалистическим и к другим нормативам представления идеала [2, стр. 55]. При этом в эти нормативы могут быть как симметрия, так и асимметрия, движение и неподвижность, яркие или спокойные тона, различные черты геометрических линий и т.д. То есть симметрия прекрасна, если она соответствует идеалу симметрии, движение прекрасно, если оно соответствует идеалу движения, доказательство прекрасно, если оно соответствует идеалу доказательства и т.д.

Изложение основного материала исследования.

Математический идеал. Те или иные объективные или субъективные признаки математического прекрасного, отдельные проявления ее внешней или внутренней эстетики, создавая определенную эстетическую привлекательность, еще не приводят к совершенной красоте, к идеалу прекрасного. М.А. Родионов и Е.В. Ликсина выделяют три признака математической красоты: простоту, гармонию, неожиданность, и степень эстетики («тектоничность») математического объекта решается в зависимости от того, сколько из этих признаков участвует в эстетической характеристике данного объекта [3]. Соглашаясь с эффektivностью данного подхода в выявлении эстетики математических объектов, отметим, что он также не может служить основа-

нием для определения идеала или совершенства. Нам кажется, что эстетический идеал в математических объектах проявляется в случае явного, исключительного выражения того или иного конкретного признака математического прекрасного. И мы более склонны для эстетики математических объектов принимать характеристики типа идеальной ясности, идеальной четкости, идеальной строгости и т.д.

В то же время конкретный математический объект сам может служить идеалом для той или иной обобщенной идеи. Именно в таком смысле мы употребляем понятия идеальное доказательство, идеальное решение и т.д. В этом смысле также характеризуются точка, прямая, поверхность и другие математические понятия, самые разнообразные математические модели прикладных задач как идеализации физических или природных объектов, или явлений [4].

Человеческая жизнь как форма существования проявляется в пространстве, времени и движении, и эта реализация осуществляется не случайно, а по некоторым закономерностям, определенным выбором форм, которые делают жизнь легкой, возможной. Эти формы в своем совершенном, идеальном состоянии изучаются в геометрии и служат в качестве ориентиров для человека, человеческой деятельности.

Для утверждения сказанного рассмотрим следующий пример. Одним из великих закономерностей природы является геометрический подход к кратчайшему расстоянию между двумя точками. Это отрезок прямой линии, соединяющий данные точки. И даже когда человек не знает этого простого закона, переходя от одного места к другому, его движение работает так, чтобы выбрать отмеченную геометрическую форму в качестве идеала. Более того, так выбирает кратчайший путь каждое живое существо и даже свет. Посмотрим на наше окружение, на предметы естественные или человеческого творения – наш дом, квартиру, предметы домашнего обихода, дороги... Все они основаны на прямой как идеале, к которому стремился человек или природа при создании частей своих творений. И, прежде всего, возможность такой беспрецедентной применимости превращает идеал прямой линии в эстетический идеал, так как применимость является объективным признаком прекрасного.

Что касается других объективных признаков математического прекрасного, многие из них также широко проявляются в моделях прямой. Действительно, прямая обладает разнообразными симметрическими пропорциями, что является одним из самых важных признаков прекрасного. Между отрезками прямой существует также полная гармония, а также ритм – предел последовательностей периодических кривых, с убывающим и стремящимся к нулю длинами периодов этих кривых.

Подобного рода идеалом математического прекрасного является и плоскость, которая считается идеалом для реализуемых задумок в различных областях жизнедеятельности человека. Удивительным, загадочным, стремящимся ввысь идеалом является понятие точки, которое не имеет размеров, однако создает прямую. Точка, прямая и плоскость – в этих трех эстетических идеалах или первоначальных понятиях евклидовой геометрии широко проявляются четкость, простота, оптимальность, стабильность и другими объективными признаками, а их восприятие сочетается с неожиданностью, непредсказуемостью и другими субъективными признаками математического прекрасного.

Рассмотрим также важные геометрические фигуры – треугольник и четырехугольник. Что совершенно или идеально в каждом из этих фигур? В случае с треугольником, на первый взгляд кажется, что идеальным является равносторонний треугольник. Это показывает наличие большого количества симметрий в таких треугольниках по сравнению с неравносторонними треугольниками. Если не равнобедренный треугольник обладает одной, равнобедренный – двумя, то равносторонний треугольник обладает шестью симметриями. Тем не менее, есть еще один треугольник, который претендует на совершенство.

В любом случае, если равносторонний треугольник был назван учеными правильным треугольником, то ими был также разграничен специальный треугольник с более совершенным определением красоты, называемой «золотым треугольником». Что это за треугольник? Это связано с признаком математического прекрасного – сравнением, и получается при применении золотого сечения к сторонам треугольника. Треугольник

идеален, если две стороны равны и вместе с третьей стороной каждая из них составляет золотое сечение. Удивительно то, что золотой треугольник является частью правильного пятиугольника – пятисторонней звезды (пентаграммы), которая стала символом пифагорейцев благодаря своему эстетическому совершенству: в пяти сторонах пятисторонней звезды образуются пять золотых треугольников.

Но еще более удивительным является выбор совершенства или идеала красоты для четырехугольника. Здесь также квадрат со своими равными сторонами и равными углами называется просто правильным четырехугольником, хотя у него, по крайней мере, в два раза больше количество видов симметрий, чем у других четырехугольников. Существует еще одна причина для идеализации квадрата среди четырехугольников. Если мы хотим построить четырехугольник с заданным периметром и с максимальной площадью (т.е. изображаемый четырехугольник был наиболее полезным), то это будет квадрат.

Таким образом, у нас есть еще два эстетических признака квадрата – практичность и полезность. Но и здесь мы имеем дело с другим восприятием идеала или совершенства. Существует четырехугольник под названием «золотой прямоугольник». Это прямоугольник, стороны которого разделены золотым соотношением.

Интересно, что золотые треугольник и прямоугольник связаны не только со многими математическими понятиями и закономерностями, но и со множеством природных предметов и явлений, т.е. имеют естественные основы. Это показывает, что берущее свое начало еще с шумеров и Сократа знаменитое положение о том, что прекрасное является то, что наиболее полезно, по-прежнему не полностью отражает естественный ход вещей, и его подтверждение не кроется в сократовском крылатом выражении «навоз прекрасен, если он полезен», а в математическом подходе к прекрасному, по которому хоть квадрат и является наиболее полезным из всех четырехугольников, но все же самым красивым является золотой прямоугольник.

Мы также можем сослаться и на пространственные тела. Кажется, что здесь идеальным, совершенными явля-

ются равносторонние или платоновские пять тела, которые отличаются большим количеством симметрий. Тем не менее, достаточно проследить за таким чудесным созданием природы, как пчела, и созданием ее, не менее чудесным производением – меда, то увидим, что, по крайней мере с точки зрения применимости, идея совершенства и идеальности должна быть иной.

Математические «способности» пчел наблюдались людьми еще в IV веке. Действительно, нужно быть искусным архитектором, чтобы быть способным создавать с таким мастерством соты из стоящих бок о бок равносторонних шестиугольных призм с тонкими стенами из пчелиного воска. Кроме того, важно иметь в виду, что эти шестиугольные призмы, в случае одинакового количества потребляемого воска для стен, занимают максимальный объем и вмещают максимальное количество меда.

Но позже, начиная с 17-го века, некоторые ученые, в том числе Чарльз Дарвин, выразили мнение, что пчелы на самом деле изначально строят свои пчелиные клетки в виде прямого круглого цилиндра (можно предположить, что сквозное появление цилиндрического круга обеспечивается пчелами путем размещения своих тел в них), и только позже они принимают правильную форму шестиугольника благодаря гравитации и трех соседних свечей ячейки. И в 2004 ученые университета Кардиффа, Великобритания, подтвердили эту гипотезу своим опытом [5].

Но сказанное, нисколько не умаляя инженерные и математические навыки пчел, одновременно доказывает, что правильные гексагональные призмы с практическими и эстетическими возможностями превосходят платоновские тела, хоть те и имеют большее количество симметрий и, следовательно, примечательны этим в эстетическом аспекте. Таким образом, и в случае пространственных тел не всегда прекрасное, производимое симметрией, идеальнее и совершеннее, чем прекрасное, связанное с прикладными применениями.

Здесь мы не отметили такие совершенные формы идеализации математического прекрасного, как окружность и шар. Последние заслуживают внимания, как по причине беспрецедентного изобилия симметрий, так и большими возможностями в плане полезности и примени-

мости, оптимальности и стабильности – причинами, которые делают их эстетически совершенными и идеальными, чем и используются, например, в керамике. Однако в то же время отметим, что природа может и не быть согласна с таким определением идеала, так как, например, у планет не идеальная форма шара, а эллипсоида вращения, и они вращаются не окружностями, а эллипсами и т.д. [6].

Современный человек, наряду с прямой линией и плоскостью, исходя из своего более утонченного вкуса и требований, использует сложные технологии, чьи поверхности могут и не быть частью плоскости, однако им требуется ровность, некое определение гладкости тела, свойство которого можно описать лишь исходя из концепции понятия производной.

А что такое равенство? Может ли кто-нибудь представить свою жизнь без наличия в ней равенства? Все необходимые нам измерения, взвешивание, покупки делаются по принципу равенства. А лежащее в его основе математическое равенство, которое по себе совершенно, выступает в качестве идеала, к которому стремятся все его практические применения, которые в значительной степени несут приблизительный характер. Более того, именно это математическое равновесие служит «строительным материалом» и делает возможной всю архитектуру математики, на основе которой и создаются достижения современной науки и техники: полет самолета, телевизионные передачи, спутники и многое другое [7].

Подобные суждения могут быть сделаны о многих математических понятиях и теоремах. Кроме того, многие понятия и теоремы математики можно также рассматривать как результат процесса идеализации природных явлений, моделирования естественнонаучных фактов и закономерностей. А математическое доказательство является идеальным примером обоснованной речи, ее доказанности и доказуемости.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, математика с помощью основных форм своего проявления – понятий, теорем и доказательств – выступает в качестве сочетания идеалов, нацеленных на исследование природы, а также естественных наук [8]. И насколько же данный

подход близок к определению прекрасного, данного В. Бранским: «Красота – это соответствие умозрительной модели с эстетическим идеалом» [2].

Отметим еще, что с точки зрения объективных признаков, математический идеал не зависит от субъекта. Он для каждого конкретного случая единичен, уникален. Иногда он действует как аксиома или гипотеза, а во многих случаях он получается в результате правильного решения соответствующей задачи. Например, отрезок прямой, как идеальное, кратчайшее расстояние между двумя точками, является геометрической аксиомой, а утверждение о круге, как о идеале кривой заданной длины, содержащая максимальную площадь внутри себя, требует доказательство.

Другая картина прослеживается с точки зрения субъективных признаков научной эстетики. Здесь эстетика проявляется в результате математической деятельности, а эстетический идеал не имеет чисто математического характера и выражается в проявлениях, характерных человеческой деятельности.

Список библиографических ссылок

1. Винкельман, И.И. История искусства древности. Малые сочинения: перевод с издания 1763 г., сделанный в 1890 г. Ленинград: ОГИЗ [Гос. изд-во изобразительных искусств – ИЗОГИЗ], 1933. LXXI, 432 с.
2. Бранский В. Искусство и философия, Москва, 1999. 704 с.
3. Родионов М.А., Ликсина Е.В. Эстетическая направленность обучения и пути ее актуализации, Пенза: ПГПУ, 2003. 170 с.
4. Субботин А.А. Идеализация как средство научно-го познания. *Проблемы логики научного познания*. Москва: Наука, 1964. С. 357–374.
5. Энциклопедический словарь по психологии и педагогике. Москва, 2013. URL: https://psychology_pedagogy.academic.ru/
6. Новая философская энциклопедия: В 4-х тт. Под редакцией В.С. Степина. 2-е изд., испр. и доп. Москва, 2010.
7. Лурье Л.И., Математическое образование в пространстве эстетического опыта. *Образование и наука*, 2006, №6. С. 116–129.
8. Микаелян Г.С. Прекрасное и образовательный потенциал математики. Ереван, 2015 (на армянском языке).

References

1. Winckelmann, A. (1933). The History of Art of Antiquity. Small works: translation from the 1763 edition, made in 1890. Leningrad: State Publishing House of Fine Arts. (in Rus.).
2. Bransky, V. (1999). Art and Philosophy, Moscow, 704 p. (in Rus.).
3. Rodionov, M.A., Lyksina, E.V. (2003). Aesthetic orientation of learning and ways of its actualization. Penza. 170 p. (in Rus.).
4. Subbotin, A.L. (1964). Idealization as a means of scientific knowledge. *Problems of the logic of scientific knowledge*. Moscow: Science. 357–374.

5. Encyclopedic dictionary on psychology and pedagogy. (2013). Moscow. Retrieved from https://psychology_pedagogy.academic.ru/ (in Rus.).
6. New philosophical encyclopedia: In 4 vols. (2010). In V.S. Stepin (Ed). 2nd edition, revised and suppl. Moscow (in Rus.).
7. Lurie, L.I. (2006). Mathematical education in the space of aesthetic experience. *Education and Science*. 6, 116–129. (in Rus.).
8. Mikaelyan, H.S. (2015). Excellent and educational potential of mathematics. Yerevan. (in Arm.).

MIKAELIAN Hamlet,

Doctor Science in Pedagogy, PhD in Physics and Mathematics, Professor,
Head of Mathematics and Methods of Its Teaching Department,
Khachatur Abovyan Armenian State Pedagogical University, Republic of Armenia

AESTHETIC IDEAL AND MATHEMATICAL EDUCATION

Summary. *Introduction. The ideal is the imagination of each person (human group, society) about perfection, the standard and the highest goal to which he aspires. In the area of beauty, harmony and, in general, in the area of aesthetic values an aesthetic ideal manifests. The aesthetic ideal is one of the ways of revealing the essence of the beauty, which means the correspondence of speculative model with aesthetic ideal. Human life as a form of existence manifests itself in space, time and movement, and this realization is not carried out by chance, but according to certain laws, a certain choice of forms that make life easy, possible. These forms in their perfect, ideal condition are studied in geometry and serve as guidelines for man, for human activity. Meanwhile, these geometrical forms, ideals, possessing the many signs, characterizing the mathematical beauty, make up an aesthetic ideal.*

For the approval of the above, an example of a straight line is considered. One of the greatest laws of nature is the geometric approach to the shortest distance of two points. This is a straight line segment connecting the data points. And even when a person does not know this simple law, moving from one place to another, his movement works in such a way as to choose a geometrical shape as an ideal. Moreover, this way is chosen by the shortest path of every living creature and light. Let's look at our environment, on the subjects of natural or human creations – our house, apartment, household goods, roads ... All of them are based on the direct as the ideal to which

man or nature aspired when creating parts of their creations. And, above all, the possibility of such unprecedented applicability turns the ideal of a straight line into an aesthetic ideal, since the applicability is an objective sign of the beauty. As for the other objective criteria of mathematical beauty, many of them are also widely manifested in straight line models. Indeed, the straight line has a variety of symmetric proportions, which is one of the most important signs of aesthetics. There is also complete harmony between straight line segments, as well as rhythm – the limit of sequences of curves going to decreasing and zero-length lengths of repeating parts or periods of these curves.

As other examples of the aesthetic ideal are considered a point, a plane, a triangle, a quadrangle, equality, a theorem, a proof, etc. , and the conditions characterizing the aesthetic ideal are both various criteria of the aesthetic appeal of mathematical objects, and the golden ratio. For triangles, an example of an aesthetic ideal is a canonical triangle and a golden triangle, and for quadrangles – a square and a golden quadrangle. One side canonical triangle and a square have many symmetries, other side the golden triangle and quadrilateral have the fact that their sides make up the golden section.

Keywords: *ideal; aesthetic ideal; aesthetic features; straight; symmetry; golden ratio.*

Одержано редакцією 18.05.2019
Прийнято до публікації 23.06.2019