DOI 10.31651/2524-2660-2021-3-79-84
ORCID 0000-0002-0037-7866

АСЛАНОВА Натига Шикар гызы

преподаватель кафедры информатики,
Гянджинский государственный университет, Азербайджан
e-mail: natiga.cabbarova@mail.ru
УДК 378.016:512.622.426]:004(045)

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «КУБИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ» В УНИВЕРСИТЕТАХ СРЕДСТВАМИ ЭЛЕКТРОННОГО ОБУЧЕНИЯ

Решение алгебраических уравнений является одним из центральных вопросов курса алгебры и требует должного внимания при электронном обучении. Методика преподавания темы предполагает соблюдение ряд принципов, необходимых для успешного освоения темы учащимися. В статье рассматривается авторский вариант достижения цели.

Ключевые слова: *электронное обучение; кубическое уравнение; Турбо Паскаль; кубический корень.*

Введение. В средней школе рассматриваются алгебраические уравнения первой и второй степени. Естественно возникает вопрос: как решается алгебраическое уравнение третьей, четвертой и т. д. степеней. Во многом, изложение математических вопросов, в особенности тех, которые требуют новых подходов должно вестись в той последовательности, в которой они возникли в математике исторически. Этот естественный ход развития математического мышления приемлем во многих вопросах, где требуется принципиально новый подход к тем проблемам, которые возникают при традиционном изучении данной темы.

При решении уравнений первой степени вполне достаточны умения выполнения четырех арифметических операций. Для решения же уравнений второй степени дополнительно требуется операция извлечения квадратного корня. Исследование дискриминанта позволяет определить, когда уравнение имеет действительные корни и когда этого невозможно утверждать. Такой простой критерий позволяет изучать квадратные уравнения в средней школе рассмотрением уравнений с неотрицательным дискриминантом. Те же самые формулы, которые устанавливаются при рассмотрении уравнений с положительным дискриминантом, пригодны для случая уравнений с отрицательным дискриминантом. Однако, уровень знаний свойств комплексных чисел в средней школе еще полностью не позволяет рассмотрения этого случая в полной общности, но все же может рассматриваться во внеклассных занятиях.

Занимательная история открытия формул, называемых формулами Кардано для решения уравнений третьей степени, показывает, перед какими логическими проблемами столкнулись математики средневековья, при попытке применить открытые формулы для решения кубических уравнений. В данном случае одного критерия существования действительных решений недостаточно для нахождения корней, используя четырех арифметических операций и операции извлечения квадратного и кубического корней. Требуется глубокое понимание свойств комплексных чисел и умений выполнять операции над ними в различных формах их записи. Естественно, это выходит за рамки средней школы, где предусматривается беглое знакомство с комплексными числами.

Способ решения уравнений четвертой степени основывается на способе решения кубических уравнений. Поэтому, решение кубических уравнений является одновременно и ключом для решения уравнений четвертой степени.

Изучение темы алгебраических уравнений средствами электронного обучения с одной стороны дает исключительно удобные преимущества, а с другой стороны, предельно упрощая процесс вычисления корней, оставляет в тени тех теоретических вопросов, которые привели к развитию самой теории алгебраических уравнений. Поэтому, наряду с использованием готовых программных средств (таких, как Magma, Sage и пр.) для решения алгебраических уравнений, необходимо изучение теоретических вопросов, с одной стороны, и составление алгоритма решения и программирование, с другой. Такой подход способствует полному усвоению материала учащимися.

1. Теоретическая подготовка

Не нарушая общности, алгебраическое уравнение третей степени можно написать в виде (см. [1–2])

$$x^3+ax^2+bx+c=0, \qquad (1)$$

где a, b, c являются комплексными числами. Если в уравнении коэффициент при x^3 отличен от 1, то предварительно обе части данного уравнения нужно сократить на этот коэффициент. В уравнении (1) произведем замену переменных по формуле

$$x = y - \frac{a}{3}. \qquad (2)$$

Тогда получим:

$$\left(y-\frac{a}{3}\right)^3 + a\left(y-\frac{a}{3}\right)^2 + b\left(y-\frac{a}{3}\right) + c = 0.$$

Раскрывая скобки и приводя подобные члены, находим уравнение в котором отсутствует член y^2:

$$y^3 + \left(b-\frac{a^2}{3}\right)y + \left(\frac{2a^3}{27}-\frac{ab}{3}+c\right) = 0.$$

Вводя обозначения

$$p = b-\frac{a^2}{3},\ q = \frac{2a^3}{27}-\frac{ab}{3}+c,$$

получаем уравнение:

$$y^3+py+q=0, \qquad (3)$$

которое называется неполным кубическим уравнением. Не нарушая общности, будем предполагать, что уравнение задано именно в такой форме.

Для решения уравнения (3) произведем замену переменных

$$y=u+v.$$

Тогда уравнение (3) перепишется в виде:

$$(u+v)^3+p(u+v)+q=0.$$

Раскроем скобки и перегруппируем члены в правой части:

$$(u^3+v^3+q)+(3uv+p)(u+v)=0.$$

Накладывая на переменные u и v условие $3uv+q=0$, или же условие $uv=-\frac{p}{3}$, получаем:

$$u^3+v^3=-q,\ u^3\cdot v^3=-\frac{p^3}{27}.$$

Отсюда видно, что u^3 и v^3 являются корнями квадратного уравнения

$$z^2+qz-\frac{p^3}{27}=0.$$

Решая его, находим:

$$u=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}},\ v=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}. \quad (4)$$

Учитывая эти выражения в проведенной замене переменных, получаем формулу, известную под названием формулы Кардано:

$$y=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}. \quad (5)$$

Если взять все три корни для радикалов, то можно по этой формуле найти 9 различных корней, из которых лишь три могут служить корнями данного уравнения. Итальянские математики, открывшие эти формулы, обнаружили, что в некоторых случаях уравнение имеет три вещественных корня, но вычисление этих корней по формулам Кардано не дает эти решения – а именно, возникают отрицательные числа под квадратным корнем. Так возникли потребности введения новых идеальных чисел (по выражению Кардано «софистически отрицательных» чисел) (см. [3, с. 65]). Бомбелли заметил, что при определенных правилах действий над этими числами, можно получить все действительные корни. Однако более точное логическое обоснование способа Бомбелли нашли лишь после возникновения теории комплексных чисел. Выяснилось, что каждое ненулевое комплексное число имеет три комплексных кубических корня. Слагаемые в нашей замене переменных, являясь кубическими корнями, связаны соотношением:

$$v_0=-\frac{p}{3u_0}.$$

Поэтому, взяв некоторый корень третей степени для первого радикала в формуле Кардано, получаем значение для второго радикала из последней формулы. Пользуясь тем, что два остальных значений кубического корня получаются умножением на степени первообразного корня 3-й степени из 1, получаем:

$$u_1=u_0\varepsilon,\ u_2=u_0\varepsilon^2,$$

где ε обозначает первообразный корень 3-й степени из 1.

Анологично находим:

$$v_1=-\frac{p}{3u_0\varepsilon}=v_0\varepsilon^2,\ v_2=v_0\varepsilon.$$

Таким образом, для рассматриваемого кубического уравнения получаем формулы:

$$y_i=u_i+v_i,\ i=0,\ 1,\ 2. \quad (6)$$

Подставляя значение $\varepsilon=-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}$ в формулы (6), можем их переписать в виде:

$$y_0=u_0+v_0,$$

$$y_1=-\frac{1}{2}(u_0+v_0)+\frac{i\sqrt{3}}{2}(u_0-v_0),$$

$$y_1=-\frac{1}{2}(u_0+v_0)-\frac{i\sqrt{3}}{2}(u_0-v_0).$$

Пользуясь этими формулами, можем определить алгоритм для решения общего уравнения третей степени. Для этого мы должны уметь извлекать корни третей степени из комплексного числа.

Положим: $p=a+ib$ и $q=c+id$. Тогда

$$\left(\frac{p}{3}\right)^3=\left(\frac{a}{3}\right)^3-a\left(\frac{b}{3}\right)^2+i\left(b\left(\frac{a}{3}\right)^2-\left(\frac{b}{3}\right)^3\right),$$

$$\left(\frac{q}{2}\right)^2=\left(\frac{c}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2+i\left(\frac{cd}{2}\right).$$

Подставим эти выражения в разрешающем дискриминанте $\Delta=\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3$. Получим:

$$\Delta=Z+iT;$$

при этом

$$Z=\left(\frac{c}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^2-a\left(\frac{b}{3}\right)^2,$$

$$T=\frac{cd}{2}+b\left(\frac{a}{3}\right)^2-\left(\frac{b}{3}\right)^3.$$

Вычислим $\sqrt{\Delta}$.

Полагая $\sqrt{\Delta}=\sqrt{Z+iT}=r+is$, получим $Z+iT=r^2-s^2+2rsi$, или же

$$\begin{cases} r^2-s^2=Z, \\ -r^2s^2=-\frac{T^2}{4}. \end{cases}$$

Поэтому числа r^2 и $-s^2$ являются корнями следующего квадратного уравнения:

$$x^2-Zx-\frac{T^2}{4}=0.$$

Тогда найдем:

$$r^2=\frac{Z}{2}+\sqrt{\frac{Z^2+T^2}{4}},\ s^2=-\frac{Z}{2}+\sqrt{\frac{Z^2+T^2}{4}}.$$

При $T>0$ мы должны иметь неравенства $0\le\arg\Delta\le\pi$ и $0\le\arg\sqrt{\Delta}\le\frac{\pi}{2}$. Поэтому $s>0$. Поскольку r и s имеют одинаковые знаки, то $r>0$. Если же $T<0$, то числа r и s имеют разные знаки. При таких условиях $\sqrt{\Delta}$ определяется однозначно. Таким образом,

$$x_m = k_m + ij_m;\ m = 1,\ 2,\ 3\ .$$

На этом основании можем составить программу для решения кубических уравнений в общем виде, когда дано уравнение с ненулевым старшим коэффициентом. Разделив обе части данного уравнения на старший коэффициент, мы приводим уравнение к уже рассмотренному виду.

2. Программное обеспечение

Общее кубическое уравнение записывается в виде:

$$(a1+ia2)x^3+(b1+ib2)x^2+(c1+ic2)x+d1+id2=0.$$

Коэффициенты задаются в виде пары действительных чисел. Для решения этого уравнения можем воспользоваться следующей программой на языке Турбо-Паскаль ([6]).

```
Program kub_tenlik;
Const pi=3.141592653589793;
Var  z,t,r,s,a,b,c,d,f,fi,alfa,a1,a2,b1,b2,c1,
c2, d1, d2, v1,v2,u1,u2,k1,k2,k3,j1,j2,j3:real;
Label 5,7,10,15;
Begin
Read(a1,a2,b1,b2,c1,c2,d1,d2);
a:=(c1*a1+c2*a2)/(a1*a1+a2*a2)-
((a1*b1+a2*b2)*(a1*b1+a2*b2)-(a1*b2-
a2*b1)*(a1*b2-
a2*b1))/(3*(a1*a1+a2*a2)*(a1*a1+a2*a2));
b:=(c2*a1-c1*a2)/(a1*a1+a2*a2)-
(2*(a1*b1+a2*b2)*(a1*b2-
a2*b1))/(3*(a1*a1+a2*a2)*(a1*a1+a2*a2));
c:=(2*(a1*b1+a2*b2)*(a1*b1+a2*b2)*(a1*b1
+a2*b2)-6*(a1*b1+a2*b2)*(a1*b2-
a2*b1)*(a1*b2-a2*b1)-9*
(a1*a1+a2*a2)*((a1*b1+a2*b2)*(a1*c1+a2*c
2)-(a1*b2-a2*b1)*(a1*c2-
a2*c1))+27*(a1*a1+a2*a2)*(a1*a1+a2*a2)*(a1*
d1+a2*d2))/(27*(a1*a1+
a2*a2)*(a1*a1+a2*a2)*(a1*a1+a2*a2));
d:=(6*(a1*b1+a2*b2)*(a1*b1+a2*b2)*(a1*b2
-a2*b1)-2*(a1*b2-a2*b1)*(a1*b2-
a2*b1)*(a1*b2-a2*b1)-9*
(a1*a1+a2*a2)*((a1*b2-
a2*b1)*(a1*c1+a2*c2)+(a1*b1+a2*b2)*(a1*c2-
a2*c1))+27*(a1*a1+a2*a2)*(a1*a1+a2*a2)*(a1*
d2-
a2*d1))/(27*(a1*a1+a2*a2)*(a1*a1+a2*a2)*(a1
*a1+a2*a2));
z:=(c/2)*(c/2)-
(d/2)*(d/2)+(a/3)*(a/3)*(a/3)-a*(b/3)*(b/3);
t:=c*d/2+b*(a/3)*(a/3)-(b/3)*(b/3)*(b/3);
r:=sqrt((z+sqrt(z*z+t*t))/2);
s:=sqrt((sqrt(z*z+t*t)-z)/2);
if t<0 then s:=-s;
f:=(r-(c/2))*(r-(c/2))+(s-(d/2))*(s-(d/2));
if r=c/2 then goto 5; goto 7;
5: if s-d/2>=0 then fi:=pi/2; goto 10;
if s-d/2<0 then fi:=-pi/2; goto 10;
7: fi:=arctan((s-(d/2))/(r-(c/2)));
10: if r-c/2>=0 then alfa:=fi/3;
if r-c/2<0 then alfa:=(fi+pi)/3;
if f=0 then k1:=0;
if f=0 then j1:=0;
if f=0 then k2:=0;
if f=0 then j2:=0;
if f=0 then k3:=0;
if f=0 then j3:=0;
if f=0 then goto 15;
u1:=exp((1/6)*ln(f))*cos(alfa);
u2:=exp((1/6)*ln(f))*sin(alfa);
v1:=-exp(-
(1/6)*ln(f))*(a*cos(alfa)+b*sin(alfa))/3;
v2:=-exp((-1/6)*ln(f))*(-
a*sin(alfa)+b*cos(alfa))/3;
k1:=u1+v1;
j1:=u2+v2;
k2:=-(u1+v1)/2+sqrt(3)*(v2-u2)/2;
j2:=-(u2+v2)/2+sqrt(3)*(u1-v1)/2;
k3:=-(u1+v1)/2-sqrt(3)*(v2-u2)/2;
j3:=-(u2+v2)/2-sqrt(3)*(u1-v1)/2;
15:k1:=k1-
(a1*b1+a2*b2)/(3*(a1*a1+a2*a2));
j1:=j1-(a1*b2-a2*b1)/(3*(a1*a1+a2*a2));
j2:=j2-(a1*b2-a2*b1)/(3*(a1*a1+a2*a2));
k2:=k2-(a1*b1+a2*b2)/(3*(a1*a1+a2*a2));
k3:=k3-(a1*b1+a2*b2)/(3*(a1*a1+a2*a2));
j3:=j3-(a1*b2-a2*b1)/(3*(a1*a1+a2*a2));
if j1<0 then print('x1=',k1,'-',-j1,'i',';') else-
print('x1=',k1,'+',j1,'i',';');
if j2<0 then print('x2=',k2,'-',-j2,'i',';') else-
print('x2=',k2,'+',j2,'i',';');
if j3<0 then print('x3=',k3,'-',-j3,'i.') else
print('x3=',k3,'+',j3,'i.');
end.
```

Построение этой программы можно провести на уроках информатики. Можно поставить задачу построения алгоритма решения кубического уравнения. После введения теоретического материала становится понятным, что основным моментом построения алгоритма является алгоритм вычисления всех трех кубических корней из данного комплексного числа. Эта задача решается алгоритмом определения по данному комплексному числу его тригонометрическую запись. Основой для выполнения намечен-ного плана обучения решению кубических уравнений является твердое знание теоретического алгебраического материала. Чтобы применить составленную программу на языке Турбо Паскаль представляем данное кубическое уравнение таким образом

(a1+i*a2)*x³+(b1+i*b2)*x²+(c1+i*c2)x+d1+i*d2=0,

представляя коэффициенты в алгебраическом виде для комплексного числа. Удобным интерфейсом обладает программа Turbo Pascal ABCNET, с удобным окном ввода и вывода. После нажатия кнопки “Run” появляется окно ввода данных.

Здесь последовательно вводятся параметры a1, a2, b1, b2, c1, c2, d1, d2, являющиеся действитель-ными числами. Если какой то из параметров отсутствует, то вводится 0. Нужно следить за тем, чтобы старший коэффициент был отличным от нуля. В противном случае программа выдаст ошибку в виде:

x1= NaN+iNaN; x2= NaN+iNaN; x3= NaN+iNaN.

Рассмотрим несколько примеров. Напомним также, что ответ выдается в виде нормальной записи действительного числа.

Для решения уравнения $x^3+9x^2+18x+28=0$ вводим последовательно числа: 1, 0, 9, 0, 18, 0, 28, 0. Эти числа будут отражены на экране следующим образом: 1, 0, 9, 0, 18, 0, 28, 0.

В окне вывода получаем все три решения данного уравнения в виде:

x1= –1–1.73205080756888 i ;

x2=–7–1.11022302462516E-16 i ;

x3=–1 + 1.73205080756888 i.

Как видно, второй корень имеет нулевую мнимую часть, т. е. один из корней действительный и равен –7, в чем можно убедится проверкой.

2. Аналогично рассмотрим следующее уравнение: $x^3+6x^2+30x+25=0$.

Введем коэффициенты: 1, 0, 6, 0, 30, 0, 25, 0.

x1= –1 + 0 i ;

x2= –2.5 + 4.33012701892219 i ;

x3= –2.5 – 4.33012701892219 i.

Уравнение имеет один действительный корень и два комплексно сопряженных решений.

3.Рассмотрим уравнение: $x^3+3x^2-6x+4=0$.

Вводим коэффициенты: 1, 0, 3, 0, –6, 0, 4, 0

x1=0.761166696679656–0.552380666280597i;

x2=–4.52233339335931–1.66533453693773E–16i;

x3=0.761166696679656+0.552380666280598i.

x2 является действительным корнем.

4.Решим уравнение: $x^3-6ix+4-4i=0$.

Коэффициенты этого уравнения – комплексные числа: 1, 0, 0, 0, 0, –6, 4, –4.

x1= 2+2i; x2=–1–1i; x3=–1–1i.

Непосредственной проверкой можно убедиться, что уравнение имеет два повторяющихся (одинаковых) корня.

5. Рассмотрим уравнение: $x^3–4x–1=0$.

Вводим коэффициенты: 0, 0, 0, –4, 0, –1, 0.

x1=2.11490754147676–5.55111512312578E–17i ;

x2=–1.8608058531117–1.64540693022727E–16i ;

x3=–0.254101688365052+2.20051844253985E–16i.

Уравнение имеет три действительных корня.

На уроках, где рассматриваются решение кубических уравнений, удобно также воспользоватся онлайн программой Sage, который имеет более удобный интерфейс. В окно ввода записывается уравнение, которого требуется решить. Заметим, что Sage создан на основе языка Python и обладает большими возможностями для решения разных задач из алгебры (см. [4–5]).

Рассмотрим несколько примеров решения кубических уравнений при помощи Sage.

Пример 1. Решить уравнение:

$$x^3+2x+1=0.$$

В окно ввода Sage записываем:

sage: (x^3+2*x+1).roots(x, ring=CC)

После нажатия кнопки «Вычислить» Sage выдает решения в виде пар:

[(–0.453397651516404, 1),

(0.226698825758202–1.46771150871022*i, 1),

(0.226698825758202+1.46771150871022 * i, 1)]

Первая компонента пары обозначает корень уравнения, а вторая компонента кратность этого корня. Как видно все корни простые, один из корней действительный, две другие – комплексные. Сравнивая с точными корнями вычисленными при помощи формул Кардано заметим, что эти числа являются довольно точными приближениями для точных корней: $\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}\approx -0,327480002073326$; два другие значения являются приближениями, соответственно для чисел

$$-\frac{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}}{2}\pm\frac{i\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}\right).$$

Такие же решения получаются программой на языке Паскаль.

Пример 2. Решим уравнение:

$$x^3–2x+2=0.$$

Вводим данные в окне Sage:

sage: (x^3-4*x+2).roots(x, ring=CC).

Sage выдает три действительные простые корни:

[(-2.21431974337754, 1), (0.539188872810889, 1), (1.67513087056665, 1)]

Следовательно разрешающий дискриминант отрицателен.

В заключении рассмотрим уравнение с комплексными коэффициентами.

Пример 3. Решить уравнение, рассмотренное выше:

$$x^3-6ix+4(1-i)=0.$$

sage: (x^3-6*i*x+4*(1-i)).roots(x, ring=CC).

Sage выдает найденные выше решения:
[(–1.00000000000000–1.00000000000000*i, 2), (2.00000000000000+2.00000000000000*i, 1)]

Первый корень –повторный, третий корень простой.

Выводы. Методика преподавания некоторых дисциплин средствами электронного обучения требует пересмотра методов преподавания традиционной алгебры с точки зрения методов информатики. В статье обосновывается тезис о том, что такой подход требует и способствует более глубокому усвоению алгебраического теоретического материала. Использование онлайн сред типа Sage позволяет решать произвольные уравнения, тогда как, более глубокому усвоению материала способствует составление алгоритма и программы для решения конкретных вопросов.

Список библиографических ссылок

1. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. Москва: Высшая школа, 1979. 559 с.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. Москва: Наука, 1975. 432 с.
3. Хрестоматия по истории математики [Под ред. А.П. Юшкевича]. М.: Просвещение, 1976. 318 с.
4. Zummerman P. and others. Computational Mathematics with SageMath. URL: https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en.
5. Stein W. Algebraic Number Theory. *A Computational Approch*, 2012, November 14.
6. Перминов О.Н. Язык программирования Паскаль: справочник. М.: Радио и связь, 1989. 128 с.

References

1. Kulikov, L.Y. (1979). Algebra and Number Theory. Moscow: Higher School. 559 p.
2. Kurosh A.G. (1975). Calculus in High Algebra. Moscow: Science, 432 p.
3. Anthology on the history of mathematics (1976). In A.P. Yushkevich (Ed.). Moscow: Enlightenment. 318 p.
4. Zummerman, P. et al. Computational Mathematics with SageMath. https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en.
5. Stein, W. (2012). Algebraic Number Theory. *A Computational Approch*, November 14.
6. Perminov, O.N. (1989). Programming Language Pascal: Handbook. Moscow: Radio and Comunication. 128 p.

ASLANOVA Natiga Shikar,
lecturer of department of informatics,
Ganja State University, Azerbaijan

TEACHING OF THE THEME "CUBIC EQUATIONS" IN UNIVERSITIES BY THE METHODS OF ELECTRONIC TEACHING

Summary. *Introduction. Electronic teaching is a new and useful event in education. By this reason, there is a need in searching of all aspects of electronic teaching. The main amount of investigations must be devoted to define essential difference between two methods of teaching: the first of them is a traditional teaching, and second is an electronic teaching. The useful way of comparing these methods of teaching consists of studying some model problems of teaching in various brunches of the mathematics by electronic method of education.*

The theme of cubic equations is one of key problems of teaching in algebra because this question historically was one of corner stones of algebra. It was beginning of introducing new methods in all brunches of mathematics.

Purpose. The aim of our investigations is to show that sides of teaching that show how we can use the excellence of electronic teaching for most deep studying of basic methods of algebra, acquiring abilities in applying of methods of algebra for solving of concrete problems of informatics.

Methods. The way of reaching these purposes is in combining of deep studying of theoretical background with construction of problem's algorithm and preparing of program in appropriate language. Simultaneously, the methods of solution which is accessible in Internet can be used as an additional source for checking of got results.

Results. The students after of complete solving of problems will better understand not only the considered question but also the main methodology of study of problems by using of electronic education methods.

Originality. The research of the put problem is original in posing and solving of concrete questions connected with the teaching of the theme "cubic equations". It is separated the main idea allowing use the theoretic result to obtain all three solutions of cubic equation using minimal number of operations.

Conclusion. The electronic teaching must use excellent methods of teaching in algebra that cannot be reachable in traditional education. The questions of teaching for some themes which lie in common area of interests in different disciplines such as algebra and informatics acquires specific feature, be studied simultaneously. The main thesis of the work is as follows: simultaneous studying of theoretical and practical questions of teaching in algebra is useful for better learning of the material.

Keywords: *electronic teaching; cubic equation; Turbo Pascal; cubic root.*

Получено редакцией 15.07.2021
Принято к публикации 05.08.2021