

ЗМІСТ І СТРУКТУРА СИСТЕМИ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ІЗ КУРСУ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»

Проведений аналіз змісту і структури системи прикладних задач, за допомогою якої здійснюється реалізація прикладної спрямованості навчання математичного аналізу. За допомогою доцільно складеної системи прикладних задач створюються умови для демонстрації значущості і цінності теоретичних знань, для підвищення інтересу студентів до вивчення предмета.

Ключові слова: математичний аналіз, математика, прикладна спрямованість, система задач, прикладна задача, програма, майбутні учителі, концепція профільного навчання.

Постановка проблеми. Курс «Математичний аналіз» студенти вивчають на першому-другому курсах педагогічних університетів, а в подальшому використовують отримані знання протягом усього навчання в університеті (комплексний аналіз, диференціальні рівняння, рівняння математичної фізики, педагогічна практика), а також під час педагогічної діяльності. Хоч у перші роки навчання в університеті більшість студентів мало уваги приділяє майбутній професії, проте матеріал курсу математичного аналізу має могутній потенціал для систематичного формування в них готовності до педагогічної діяльності. Наприклад, для фізиків, інженерів, економістів, програмістів математика в професійній діяльності є інструментом розв'язування практичних задач, а для учителів математики – це система знань і вмінь, якою вони повинні зацікавити своїх учнів, допомогти їм опанувати її. Саме тому майбутнім учителям слід глибоко вивчити логічну будову математики, її інструментарій і ґрунтовно засвоїти математичний метод пізнання навколишнього світу..

Під час вивчення математичного аналізу в університеті майбутній учитель опановує певний набір знань, умінь і навичок, які допоможуть працювати в умовах профілізації старшої школи. Сучасних учнів молодому учителеві зацікавити не просто. Теоретичний матеріал не повною мірою відбиває існуючі міжпредметні зв'язки. Наприклад, вивчаючи тему «Похідна і її застосування» за класичним підручником студенти можуть ознайомитися лише з геометричним і механічним змістом похідної.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Окремі питання навчання математичного аналізу у вищій школі та шляхи його прикладної і професійної спрямованості розглядали О. В. Авраменко, О. М. Архіпова, Ф. А. Бабаєва, Г. І. Баврін, Л. І. Дюженкова, М. І. Жалдак, Т. В. Колесник, В. І. Лагно, М. Я. Лященко, О. О. Максютін, М. А. Меркулова, Г. О. Михалін, С. М. Мумряєва, Ф. Л. Осипов, Н. В. Перькова, О. В. Скворцова, О. П. Томащук, Т. І. Шахматова, М. І. Шкіль.

Одним із ефективних засобів реалізації прикладної спрямованості навчання математичного аналізу є прикладні задачі – задачі, що виникають за межами математики, але розв'язування яких вимагає застосування математичного апарату. Особливість розв'язування таких задач полягає в необхідності інтерпретації отриманого результату (коректність отриманого числового значення відповідно до заданої фабули задачі, округлення наближених числових значень, оцінка похибки тощо). Зазначимо, що значна кількість прикладних задач досить просто і легко розв'язується методами математичного аналізу тоді, як без застосування таких методів розв'язання надто ускладнюється, або й зовсім стає неможливим. Саме у цьому полягає важливість курсу математичного аналізу для вчителів математики, фізики, інформатики та фахівців деяких інших спеціальностей.

Питання добору прикладних задач, методів їх розв'язання, шляхів формування вмінь розв'язувати прикладні задачі за допомогою математичного моделювання

досліджували Г. П. Бевз, С. І. Великодний, Н. М. Войналович, А. Б. Дмитрієва, Г. Я. Дутка, Т. М. Задорожня, О. О. Курченко, М. Нассер, Л. І. Новицька, Л. Л. Панченко, В. О. Петров, А. В. Прус, К. В. Рабець, Л. О. Соколенко, Л. Г. Філон, В. О. Швець, Й. М. Шапіро.

Однак проблема добору прикладних задач викладачами та навчання студентів розв'язувати такі задачі в процесі навчання математичного аналізу залишається недостатньо розробленою.

Мета статті – розкрити шляхи реалізації прикладної спрямованості курсу «Математичний аналіз» за допомогою системи прикладних задач у процесі підготовки майбутніх учителів математики в педагогічному університеті.

Виклад основного матеріалу. Розглядаючи зміст навчального матеріалу з математичного аналізу для педагогічних університетів, треба звернути увагу на те, що основним завданням цих університетів є, передусім, підготовка висококваліфікованих педагогічних кадрів – учителів середніх шкіл. Як показує аналіз програм з математичного аналізу, їх зміст враховує не усі напрями діяльності майбутнього учителя математики. Недостатньо уваги приділяється прикладній спрямованості курсу і методиці її реалізації [9].

Організація навчального процесу в педагогічному університеті по вивченню студентами курсу «Математичний аналіз» передбачає реалізацію двох основних складових: вивчення теоретичного матеріалу і застосування його до розв'язування задач. Аналіз основних підходів до структуризації змісту освіти дозволяє стверджувати, що послідовність викладу навчального матеріалу повинна відображувати і відтворювати логічну структуру сучасного стану відповідної наукової галузі, повною мірою відображувати навчальний план, а також відповідати закономірностям розвитку пізнавальних можливостей студентів.

Зміст курсу «Математичний аналіз» як навчального предмета, який формує компетентності майбутнього учителя, будується на загальних цілях державного стандарту вищої освіти. У навчальній програмі даного курсу передбачений певний порядок вивчення розділів і тем. Відповідно до галузевих стандартів вищої освіти за фахом «Математика» курс «Математичний аналіз» у вищих педагогічних навчальних закладах України складається з таких блоків: ПП.06.01. Вступ в аналіз; ПП.06.02. Диференціальне числення функцій однією змінною; ПП.06.03. Інтегральне числення функцій однією змінною; ПП.06.04. Числові і функціональні ряди; ПП.06.05. Диференціальне числення функцій багатьох змінних; ПП.06.06. Інтегральне числення функцій багатьох змінних; ПП.06.07. Елементи функціонального аналізу; ПП.06.08. Міра і інтеграл Лебега [2].

На основі аналізу навчальних програм з математичного аналізу можемо зробити висновок про те, що значна увага у змістовому наповненні курсу надається таким питанням: функція, границя функції, неперервність функції, похідна, застосування похідної, визначений та невизначений інтеграл, застосування визначеного інтегралу. Ці питання (у тому чи тому обсязі) розглядаються в шкільному курсі «Алгебри та початків аналізу». Тому постає необхідність у такому доборі та структуруванні змісту навчального матеріалу для курсу «Математичний аналіз» в педагогічних університетах, який не тільки сприятиме оволодінню класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними видами застосування цієї науки в різноманітних задачах із математики і суміжних дисциплін, а й створить у майбутніх учителів міцне підґрунтя для подання цих тем у школах різних профілів.

При вивченні курсу «Математичний аналіз» в педагогічному університеті студент повинен оволодіти певною системою знань і вмінь з основних питань курсу (засвоїти систему понять і оволодіти апарат диференціального і інтегрального числення, навчитися використовувати отримані знання для розв'язування абстрактних і

прикладних задач). Окрім цього у студентів слід розвивати математичні здібності, формувати високий рівень математичного мислення та інші професійні уміння, які необхідні вчителю в його педагогічній діяльності. Нині виникла необхідність удосконалити структуру і зміст системи задач з математичного аналізу, а саме доповнити її прикладними задачами.

Прикладні задачі, які використовуються на лекціях, практичних заняттях і під час самостійної роботи, сприяють кращому розумінню і засвоєнню теоретичного матеріалу, а також формуванню у студентів умінь застосовувати вивчене на практиці. Відомо, що від ступеня зацікавленості студентів предметом залежить характер їх уваги і активність під час занять.

Структура системи задач відповідає послідовності вивчення відповідних розділів курсу математичного аналізу згідно з програмою курсу «Математичний аналіз». Відповідно до структури курсу «Математичний аналіз» ми виділяємо сім тем, на матеріалі яких доцільно здійснювати прикладне спрямування навчання, а саме:

1. Функції.
2. Границя і неперервність функції.
3. Похідна та її застосування.
4. Диференціал.
5. Найбільше та найменше значення функції.
6. Невизначений інтеграл.
7. Визначений інтеграл і його застосування.

Проаналізувавши більшість підручників і навчальних посібників, які використовуються при вивченні курсу «Математичний аналіз», можна стверджувати, що в них прикладним задачам приділяється дуже мало уваги.

Діяльність учителя математики в сучасній школі вимагає ширших знань, оскільки з 2010-2011 навчального року відповідно до Концепції профільного навчання [8] старша загальноосвітня школа повністю перейшла на профільне навчання школярів. Визначені основні напрями профілізації (природно-математичний, філологічний, суспільно гуманітарний, художньо-естетичний, спортивний, технологічний, універсальний). Задаються рівні вивчення математики для кожного профілю (рівень стандарту, академічний рівень, рівень профільної підготовки), затверджені відповідні навчальні плани і програми [4-7, 10]. Засвоєння змісту освіти в загальноосвітніх закладах з профільним навчанням повинне, по-перше, забезпечувати загальноосвітню підготовку школярів, по-друге – підготовку до майбутньої професійної діяльності. Математика є обов'язковою навчальною дисципліною для вивчення школярами в класах усіх профілів. У той же час вона є профільним предметом для класів природничо-математичного напрямку та деяких інших.

У Концепції профільного навчання відзначається, що профільні предмети забезпечують прикладну спрямованість навчання шляхом інтеграції знань і методів пізнання та застосування їх у різних сферах діяльності, у тому числі й професійній, яка визначається специфікою профілю навчання [8].

У Програмі з математики для рівня профільної підготовки вказується, що вона призначена для організації навчання математики в класах математичного, фізичного і фізико-математичного профілів.

У Програмі з математики для академічного рівня зазначається, що вона призначена для організації навчання математики у класах біолого-хімічного, біолого-фізичного, біотехнологічного, хіміко-технологічного, фізико-хімічного, агрохімічного профілів природничо-математичного напрямку профільного навчання, а також технологічного напрямку (інформатика, виробничі технології, проектування і конструювання, менеджмент, побутове обслуговування, агро-технологічний напрям та інші).

Як бачимо, для учнів різних профілів, наприклад менеджменту і біолого-хімічного, пропонується однаковий зміст програми з математики. Забезпечити прикладну спрямованість навчання, як це визначено нормативними документами, можна за рахунок різноманітності системи задач – включенням прикладних задач, зміст яких відповідає профілю навчання.

Сучасні шкільні підручники містять певну кількість прикладних задач, які торкаються застосування математичних методів у різних науках і сферах діяльності людини, але для кожного конкретного профілю їх недостатньо. Тому майбутній учитель під час навчання в університеті повинен навчитися розв'язувати прикладні задачі різного змісту і добирати такі задачі відповідно до певного профілю навчання школярів. Певна робота в цьому напрямі, безумовно, здійснюється на заняттях з методики навчання математики, але уміння розв'язувати певні види прикладних задач методом інтегрального і диференціального числення бажано формувати у студентів у процесі навчання математичного аналізу.

Щоб показати студентам конкретні приклади використання похідної в різних галузях, необхідно було проаналізувати відповідні підручники і навчальні посібники. Проведений нами аналіз підручників з економіки дав можливість розкрити і виділити економічний зміст похідної.

Таблиця 1

Економічний зміст похідної

Економічний процес	Середнє значення економічної величини	Означення економічної величини	Зв'язок з похідною
<i>Продуктивність праці</i> $u = u(t)$ – кількість виробленої продукції u за час t .	<i>Середньою продуктивністю праці</i> $z_{\text{сеп}}$ за проміжок часу $[t; t + \Delta t]$ називається відношення приросту кількості виробленої продукції до приросту часу: $z_{\text{сеп}} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t}$	<i>Продуктивністю праці</i> в момент часу t називають границю середньої продуктивності праці $z_{\text{сеп}}$ при $\Delta t \rightarrow 0$: $z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{u(t + \Delta t) - u(t)}{\Delta t}$	$z = u'(t)$ Продуктивність праці – це похідна від обсягу продукції
<i>Витрати виробництва</i> $K = K(x)$ – функція витрат виробництва, що залежить від кількості продукції x .	<i>Середніми витратами виробництва</i> $K_{\text{сеп}}$ називається відношення приросту витрат виробництва на одиницю кількості продукції. $K_{\text{сеп}} = \frac{\Delta K}{\Delta x} = \frac{K(x + \Delta x) - K(x)}{\Delta x}$	<i>Граничними витратами виробництва</i> в момент часу t називають границю середніх витрат виробництва $K_{\text{сеп}}$ при $\Delta t \rightarrow 0$: $V = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta K}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{K(x + \Delta x) - K(x)}{\Delta x}$	$V = K'(x)$ Витрати виробництва – це похідна від кількості продукції

Наприклад, студентам можна запропонувати розв'язати таку задачу на економічний зміст похідної, яка міститься у шкільному підручнику з математики [1].

Задача 1. Обсяг продукції V майстерні, яка виготовляє ялинкові прикраси, протягом дня виражається залежністю $V(t) = \frac{5}{6}t^3 + 7\frac{1}{2}t^2 + 50t + 37$, де $t \in [1; 8]$.

Обчисліть продуктивність праці майстерні протягом кожної години роботи.

Аналогічна робота була проведена з підручниками хімії, біології і іншими.

Таблиця 2

Хімічний зміст похідної

Хімічний процес	Середнє значення хімічної величини	Означення хімічної величини	Зв'язок з похідною
Швидкість хімічної реакції $N = N(t)$ – кількість речовини, що вступає в хімічну реакцію за час t .	Середньою швидкістю $v_{сер}$ реакції за проміжок часу $[t; t + \Delta t]$ називається відношення приросту кількості речовини до приросту часу: $v_{сер} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t}$	Швидкістю хімічної реакції в момент часу t називають границю середньої швидкості $v_{сер}$ реакції при $\Delta t \rightarrow 0$: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t}$	$v = N'(t)$ Швидкість хімічної реакції є похідною кількості речовини за часом

Таблиця 3

Біологічний зміст похідної

Біологічний процес	Середнє значення біологічної величини	Означення біологічної величини	Зв'язок з похідною
Швидкість росту популяції $p = p(t)$ – розмір популяції бактерій в момент часу t .	Середньою швидкістю $v_{сер}$ росту популяції за проміжок часу $[t; t + \Delta t]$ називається відношення приросту розміру популяції бактерій до приросту часу: $v_{сер} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(t + \Delta t) - p(t)}{\Delta t}$	Швидкістю росту популяції бактерій в даний момент часу t називають границю середньої швидкості $v_{сер}$ росту популяції при $\Delta t \rightarrow 0$: $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p(t + \Delta t) - p(t)}{\Delta t}$	$v = p'(t)$ Швидкість зростання популяції є похідною її чисельності за часом

Наступні задачі можна запропонувати студентам при вивченні хімічного та біологічного змісту похідної відповідно.

Задача 2. Позитивна реакція організму на введені ліки може виражатися у нормалізації кров'яного тиску, температури тіла, пульсу або інших фізіологічних показників. Ступінь реакції залежить від дози ліків. Припустимо, що x – доза призначених ліків, а ступінь позитивності реакції y описується функцією $y = f(x) = x^2(a - x)$, де a – деяка додатна стала. При якому значенні x реакція є найбільш позитивною?

Задача 3. Більшість птахів певного виду пролітають над водною поверхнею, що має вигляд круга, радіус якого R , вздовж якоїсь хорди. Тому довжина прольоту птаха над вказаною водною поверхнею може дорівнювати будь-якій величині від 0 до $2R$. Знайти середню довжину прольоту l .

Таким чином, у темі «Похідна та її застосування» стало можливим, окрім фізичного і геометричного, розкрити хімічний, біологічний, економічний і інший зміст математичного поняття похідної.

Оскільки в навчальній програмі з курсу «Математичний аналіз» відзначаються міжпредметні зв'язки з суміжними дисциплінами: загальна фізика, теоретична фізика, теоретична механіка, астрономія, методика математики [9], то в контексті нашого дослідження заслуговують на увагу на фізичний, біологічний, хімічний і економічний зміст поняття «похідна».

За допомогою рекомендованої літератури деталізувати фізичний зміст похідної для кутової швидкості і кутового прискорення, теплоємності і сили струму студенти можуть самостійно, оскільки ці поняття знайомі їм із шкільного курсу фізики. Бажано, щоб на практичному занятті студенти мали б можливість перевірити результати самостійної роботи. Зробити це можна з використанням таблиць або презентацій, на яких подані такі відомості.

Щоб ознайомити студентів з економічним, хімічним, біологічним змістом похідної треба знайти додатковий час на лекції або практичних заняттях, або організувати індивідуальну діяльність студентів у вигляді навчальних проєктів, роботи гуртків тощо. На допомогу студентам і викладачам математичного аналізу нами підготовлений навчальний посібник «Прикладні задачі з математичного аналізу» [3], в якому поданий мінімально необхідний об'єм відомостей про застосування методів математичного аналізу.

Цей навчальний посібник розроблено відповідно до Державного освітнього стандарту вищої освіти для бакалаврів спеціальності «Математика». Структура посібника співвідноситься з послідовністю вивчення відповідних розділів курсу математичного аналізу для математиків згідно з програмою математичного аналізу. Кожен параграф містить окремі короткі блоки теоретичних відомостей, наводяться основні визначення, головні формули, які застосовуються при розв'язуванні задач.

У класичному курсі математичного аналізу прикладні задачі не виділяються за змістом (природознавство, фізика, хімія, біологія, економіка), а подаються відповідно до навчальних тем. У той же час є потреба доповнити курс математичного аналізу добірками задач, які торкаються певних напрямів науки. Такі задачі допоможуть студентам краще зрозуміти застосування методів математичного аналізу і свідоміше їх використовувати при розв'язуванні прикладних задач. У майбутній професійній діяльності вчителі зможуть використовувати ці задачі для реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики.

Висновки. Результати педагогічного експерименту показали, що прикладні задачі в межах навчальних тем доцільно групувати за галузями науки і розв'язувати в певній послідовності (від більш знайомої галузі до менш знайомої). Це дозволяє швидко і чітко зрозуміти галузь застосування прикладної задачі, поглибити знання з суміжних дисциплін і розширити світогляд студентів і майбутніх учителів математики.

Для того, щоб показати прикладну спрямованість курсу «Математичний аналіз», слід в його структурі виділяти сім навчальних тем, а розкрити їх можна за допомогою розв'язування задач з фізичним, хімічним, біологічним і економічним змістом.

Вивчення курсу «Математичний аналіз» повинно ознайомити студента з математичними методами дослідження, а також підняти його математичну культуру до рівня сучасних вимог, які висувають до учителя математики в школах різного профілю. Розв'язування задач сприяє кращому розумінню і засвоєнню теоретичного матеріалу, умінню студентами застосовувати на практиці загальні теорії. Майбутні вчителі повинні не лише знати теореми і робити елементарні перетворення, але і розуміти їх зміст в науці і її застосуваннях. Система буде неповною без задач прикладного характеру.

Список використаної літератури

1. Бевз Г.П. Математика: 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закладів: рівень стандарту / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Генеза, 2011. – 320 с.
2. Галузеві стандарти вищої освіти. Математика. – К.: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. – 83 с.
3. Дмитрієнко О.О. Прикладні задачі з математичного аналізу: Навчальний посібник / О.О. Дмитрієнко. – Полтава: АСМІ, 2011. – 116 с.

4. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-11 класи (профільний рівень) // Математика в школі. – 2011. – № 7-8. – С. 3-17.
5. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-11 класи (для класів з поглибленим вивченням математики) // Математика в школі. – 2011. – № 7-8. – С. 17-33.
6. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-11 класи (рівень стандарту) // Математика в школі. – 2011. – № 6. – С. 3-11.
7. Навчальна програма з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 10-11 класи (академічний рівень) // Математика в школі. – 2011. – № 6. – С. 11-20.
8. Про затвердження нової редакції Концепції профільного навчання у старшій школі: наказ Міністерства освіти і науки від 11.09.2009 р. № 854 [Текст] // Інформаційний збірник Міністерства освіти і науки України. – 2009. – № 28-29. – С. 57-64.
9. Програми для фізико-математичних факультетів педагогічних інститутів. Зб. 1: Математичний аналіз. Алгебра і теорія чисел. Геометрія. Числові системи. Шкільний курс математики і методики її викладання. Історія математики і фізики. Державний екзамен з математики з методикою викладання / За ред. М. І. Шкіля, Г. П. Грищенка; МО України. РНМК. – К.: РНМК, 1993. – 174 с.
10. Прокопенко Н. С., Вашуленко О. П., Єргіна О. В. Збірник програм з математики для до профільної підготовки та профільного навчання. Ч. II. Профільне навчання. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 384 с.

*Одержано редакцією 10.04.2015 р.
Прийнято до публікації 21.05.2015 р.*

Аннотация. Дмитриенко О. А. **Содержание и структура системы прикладных задач из курса «Математический анализ».** *Проведен анализ содержания и структуры системы прикладных задач, с помощью которой осуществляется реализация прикладной направленности обучения математическому анализу. С помощью целесообразно составленной системы прикладных задач создаются условия для демонстрации значимости и ценности теоретических знаний, для повышения интереса студентов к изучению предмета.*

Ключевые слова: *математический анализ, математика, прикладная направленность, система задач, прикладная задача, программа, будущие учителя, концепция профильного обучения.*

Summary. Dmytriienko O. **Table of contents and structure of the system of the applied tasks from a course the «Mathematical analysis».** *The analysis of the content and structure of the system of applied tasks with the help of which the implementation of the applied focus of teaching mathematical analysis. Use in learning applied problems helps to reveal the way of application of the mathematical analysis to the study of the environment. Using the appropriate system composed of applied tasks are created conditions for demonstration of the significance and value of theoretical knowledge, to enhance the interest of students studying the subject, to strengthen views about the origin and development of mathematical analysis as a result of practical and production activity. The applied tasks which are used on lectures practical employments and during independent and individual works, assist the best understanding and mastering of theoretical material, and also to forming for the students of abilities to apply studied in practice. In addition, in the process of untiing of the applied tasks for students pictures are formed of possibilities and concrete methods of application of methods of mathematical analysis at such level, that later they were able to teach it the students. Systematic students solution of applied tasks helps them develop readiness for future profession.*

Keywords: *mathematical analysis, mathematics, applied orientation, system of tasks, application task, program, future teachers, the concept of specialized education.*