

ТЕОРИЯ ТА МЕТОДИКА НАВЧАННЯ

DOI 10.31651/2524-2660-2020-1-67-74
ORCID 0000-0001-5387-1115

МИКАЕЛЯН Гамлет Суренович,

доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой математики и методики ее преподавания,
Армянский государственный педагогический университет имени Хачатура Абовяна,
Республика Армения
e-mail: h.s.mikaelian@gmail.com

УДК 378.018.8:51]:111.852+159.952(045)

ЭСТЕТИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ПСИХИЧЕСКОЕ ЯВЛЕНИЕ ВНИМАНИЯ

Процесс преподавания математики, как и всякая человеческая деятельность, тесно связано с различными психическими явлениями. Для эффективной организации этого процесса первостепенное значение имеет сосредоточение психической активности, т.е. внимания учащихся на этот процесс. И осуществление этой цели во многом зависит от эстетической привлекательности математического материала и процесса преподавания математики.

Ключевые слова: объективные и субъективные признаки научного прекрасного; процесс преподавания математики; проявление внимания; виды внимания.

Постановка проблемы. Внимание – одно из внутренних свойств психической активности человека. Обратит внимание на какой-то предмет или явление – означает направить психическую деятельность на данный предмет или явление, сделать их содержанием познавательных и эмоциональных процессов. Одной из основных особенностей психических процессов человека, в частности внимания, является некая направленность, выбираемость. Наше внимание независимо от нас привлекают предметы, явления, которые для нас в данный момент значимы. Когда мы сосредотачиваем наше внимание на определенные предметы, их восприятие становится более четким. Обращая внимание на какой-либо предмет, мы сосредотачиваем, выборочно направляем нашу психическую деятельность на данный предмет и временно отдаляемся от других предметов. Человек не сможет ничего сделать, если не выберет главное и значимое из того, что увидел, услышал, почувствовал, подумал. Именно внимание помогает выбрать самое главное и удалить от нас ненужное нам в данный момент.

Вся духовное описание личности, вся ее деятельность большей частью обусловлены способностью организовать процесс внимания. В частности, успех в учебной деятельности во многом обусловлен способнос-

тью учащегося организовать и контролировать свое внимание. Это особенно касается процессу обучения математике, так как понимание и усвоение математических текстов требуют особых духовных сил и напряженный.

Между тем, мы не всегда можем направить наше внимание на необходимые и важные предметы и явления. И здесь эстетическая привлекательность объектов может сыграть важную роль для успеха. Это особенно относится к абстрактному материалу математики. Эстетика математики может играть свою важную роль для концентрации и направления внимания школьника на математических объектах и на процесс преподавания математики. И такая направленность внимания, свою очередь, помогает решению другой важной задачи духовного воспитания – развитию психического явления внимания учащегося.

Работа посвящена выявлению особенностей проявлений психического явления внимания в процессом обучения математике и роли последнего в формировании и развитии внимания учащихся.

Анализ последних исследований и публикаций. В [1] показана связь между процессом обучения математике и умственным процессом внимания. В работах [2–3] показана зависимость некоторых психических процессов от эстетики математики и процесса преподавания математики. Эти публикации делают естественной проблему объединения двух подходов.

1. Проявления внимания и признаки математического прекрасного. Внимание – многосторонний духовный процесс, который имеет ряд проявлений. Это концентрация, распределение, переключение, устойчивость, объем, интенсивность, колебания. Понятно, что все эти проявления внимания индивидуальны: для разных людей более значимыми могут быть разные

проявления внимания, но они в жизни действуют сообща. Рассмотрим поставленную выше проблему отдельно для каждого из указанных проявлений внимания.

Концентрация внимания. Концентрация внимания – это направление всего внимания человека на предмет или деятельность, которой он занят в данный момент. Если внимание человека сосредоточено, то его мысли погружаются в данную деятельность и удаляются от остальных предметов. Концентрация характеризуется разными степенями. Насколько деятельность интересна, важна и значима, настолько более высокая степень концентрации внимания.

Математическая деятельность требует высокую степень концентрации внимания. Восприятие и, тем более, понимание определений, свойств понятий, их доказательств обычно требует длительной и последовательной работы мысли, для осуществления которой особенно важно концентрация внимания. Высокая степень концентрации проявляется особенно при решении задач и упражнений.

В свою очередь, математическая деятельность способствует формированию способности концентрации внимания у учащихся. Опыт показывает, что в процессе обучения математике можно достичь даже устранения таких серьезных недостатков внимания, как рассеянность.

Объективные признаки научного прекрасного [2] тесно взаимосвязаны с концентрацией внимания. С одной стороны для восприятия этих признаков необходима концентрация внимания в большей или меньшей степени. С другой стороны, присутствие некоторых объективных признаков научного прекрасного уже привлекает внимание, что имеет тенденцию повышения концентрации или степени концентрации. Таковыми являются признаки порядка, симметрии, гармонии, ритма, математической записи научной закономерности и, особенно, оригинальности. А таких объективных признаков научного прекрасного, как применяемость, оптимальность, устойчивость, приведение сложного к простому, единство разнообразий, логическая строгость, которые неразделимы с математической деятельностью и, в частности, с учебным процессом обучения математике, трудно заметить, воспринять и понять без концентрации внимания.

Субъективные признаки научного прекрасного [2] также требуют в той или иной степени сосредоточенности внимания. В частности, наиболее высокой степени сосредоточенности внимания требуют такие признаки научного прекрасного, как признаки усилий для понимания сути предме-

та, целенаправленное преодоления сложных препятствий, интеллектуального поиска, нахождения, открытия. Естественно, в зависимости от трудностей этих процессов меняется также степень концентрации внимания. В процессе обучения математике неэффективно начать практическую часть урока решением сложных задач, требующие немедленной высокой концентрации внимания: они могут не соответствовать силам учащегося и не восприниматься с точки зрения прекрасного. Здесь успех зависит от постепенного усложнения упражнений. В работе [1] мы привели соответствующую методику организации материала.

Из сказанного следует, что процессы выявления объективных признаков и проявления субъективных признаков эстетики математики прямо пропорциональны концентрации внимания.

Концентрация внимания тесно связана как с внешней, так и с внутренней эстетикой математики. Понятно, что внешняя эстетика математических объектов способствует увеличению степени концентрации внимания, а внутренняя эстетика, наоборот, раскрывается при проявлении соответствующей степени концентрации внимания.

Объем внимания. Объем внимания – это совокупность тех предметов, явлений, которые в данный момент человек может удержать в области внимания при осуществлении данной деятельности. Понятно, что чем больше объем внимания, тем меньше будет степень концентрации. В зависимости от объема внимания люди могут иметь разные возможности: кто-то может удерживать в области внимания сравнительно много предметов, кто-то меньше. У первого объем внимания больше, у другого – меньше. Объем внимания зависит от интересов человека, имеющегося опыта, психического состояния, той ситуации, где проходит его деятельность и т.д.

Объем внимания сильно влияет на процесс выявления объективных признаков научного прекрасного. Для полного понимания порядка, симметрии, гармонии, единства и общности разнообразий необходим большой объем памяти.

Для осуществления отдельных видов математической деятельности успех во многом также зависит от объема внимания учащегося. Возьмем, к примеру, текстовые задачи. Здесь успех решения задачи в первую очередь обусловлен тем, может ли ученик включить в объем своей памяти всю систему данных данной задачи. Это, прежде всего, необходимо для комбинирования и синтеза данных и нахождения како-

го-либо плана решения задачи. Для большей наглядности сказанного заметим, что в младших классах распространен алгоритмический подход решения математических задач, где учитель приводит решения задач к осуществлению нескольких последовательных шагов. Ребенок выполняет шаги предложенного алгоритма и в итоге приходит к результату, который совпадает с ответом задачи. Остаются довольными и ученик, и учитель. На самом же деле подобный процесс не дает большой пользы ученику, более того он приучает его к зубрежке, так как ученик с самого начала не понял необходимости, смысла алгоритма или последовательности шагов. В то время, как учитель сначала был обязан, используя все данные или условия задачи, начертить общий план решения задачи, после чего только перейти к алгоритмическому осуществлению шагов этого плана как этапам осуществления общего плана. А получение этого общего плана связано с объемом внимания. Ученик должен включить в этот план все данные задачи и суметь увидеть и провести их анализ и синтез, процессы, которые приводят к общему плану.

И в геометрии при решении задач часто бывает полезно сначала определить количество тех данных, которые необходимы для решения задачи, то есть определить необходимый для решения задачи объем внимания.

Распределение внимания. Распределение внимания – это удерживание в области внимания и контроль одновременно нескольких предметов. Важнейшим условием распределения внимания является то, что в случае выполнения одновременно двух работ, надо быть опытным хотя бы в одной из них, которая выполняется автоматически, и лишь время от времени контролируя. А если мы пытаемся одновременно выполнять два сложных действия, которые незнакомы или малознакомы, то есть не в одном из которых мы не опытни, то качество работ значительно падает.

Распределение внимания имеет важное значение для учителя. Вместе с передачей знаний ученикам, учитель должен держать класс в центре внимания, следить за поведением каждого ученика. Способность подобного распределения внимания говорит о профессиональном мастерстве педагога.

Способность распределения внимания необходима каждому как в быту, так и в профессиональной деятельности. Потому развитие подобной способности должно стать важнейшей задачей образования.

В процессе обучения математике часто, решая текстовые задачи, удовлетворяются

составлением их алгебраических моделей и выполнением их решений. То есть, остается без внимания сама прикладная задача, для решения которой привлечена была алгебра. Это также уменьшает влияния эстетического признака научного прекрасного применимости. Вообще, во время решения математических задач бывают необходимы разнообразные факты, умение, держать которых в центре внимания одновременно обусловлено способностью ученика распределить внимание.

Распределение внимания имеет важное значение для предотвращения ошибок при решении упражнений, требующих длительные преобразования или решения. Часто ученик, сосредотачивая основное внимание на общий план выполнения упражнения, не хочет или не может направить его на выполнение конкретных шагов. К ошибкам могут привести также попытки выполнения нескольких шагов одновременно. Здесь крайне важную роль играет признак порядка научного прекрасного. Для выполнения требующихся шагов ученик должен установить четкую последовательность шагов, чтобы не упустить из внимания какой-либо из них. Например, если он решает систему или совокупность формул, то появляются задачи нахождения области допустимых значений неизвестной, отдельных решений простых формул, объединений или пересечений множеств решений, сравнения полученного результата с ОДЗ. Для определения порядка или последовательности этих шагов ученик не должен прилагать усилий, но и не должен пренебрегать каким-либо шагом. А этого можно достичь путем автоматизирования порядка выполнения шагов.

Нетрудно убедиться также, что распределение внимания принимает участие в эстетических проявлениях признаков приведения сложного к простому, логической строгости, единства разнообразий и т.д.

Переключение внимания. Часто нам бывает необходимо сразу после окончания одной деятельности перейти к другой. Например, когда ученик читает книгу и конспектирует, он сосредотачивает внимание то на определенный участок в книге, то на тетрадь, где записывает некоторые идеи прочитанного. Происходит переключение внимания от чтения к письму.

Переключение – это перемещение внимания последовательно с одного объекта на другой, быстрый переход с одной деятельности на другую. Переключение внимания тесно связана с прекрасным и, особенно, с научным прекрасным. Отметим, например, что прекрасное искусства, природы

никогда не надоедает, наоборот, со временем оно более привлекает, а научное прекрасное после открытия не остается на месте, а толкает к новым открытиям. Переключение внимания помогает, дает возможность осуществить переход к новому, а затем возврат к старому, а сравнение нового и старого, что является одним из элементов признака порядка научного прекрасного и главным средством выявления прекрасного, происходит с помощью переключения внимания. И вообще, трудно переоценить роль перемещения внимания, как во всем процессе познания, так и в проявлении признаков научного прекрасного.

Сказанное относится и к математической деятельности, и к процессу обучения математике в частности. Вообще, надо заметить, что психическое явление переключения внимания играет важную роль в процессе обучения математике. Благодаря ясному конечному результату, однозначности ответа и неочевидных путей его нахождения, решения математических задач и упражнений проходят вместе с четкими и последовательными действиями переключения внимания. При этом, эстетика рассматриваемых математических объектов способствует как осуществлению акта переключения внимания на новый предмет, так и запоминанию старого объекта. Эти постоянные действия, в свою очередь, способствуют также развитию способности переключения внимания.

Устойчивость внимания. Устойчивость внимания – это сохранение внимания в течение длительного времени на данной деятельности. Люди наделены разными степенями устойчивости внимания. Устойчивое внимание помогает людям осуществлять процессы, протекающие в течение длительного времени. Например, если ученик решает задачу и в это время ни на что не обращает внимания, означает, что его внимание устойчиво, и у него есть большие шансы закончить решение. А когда отвлекается от задачи и сосредотачивает внимание на другой деятельности, то можем сказать, что его внимание неустойчиво, и возможности решения задачи уменьшаются.

Устойчивость внимания помогает выявить присутствие объективных признаков научного прекрасного в различных предметах и явлениях, их внутреннюю эстетику. Действительно, просмотр чего-либо мельком, обычно, не дает возможности проникнуть в глубину предмета или явления, выявить его внутренние закономерности, присутствующие в нем объективные признаки прекрасного и, тем самым -его эсте-

тику,. В то же время, без стойкого внимания невозможно осуществить и те умственные действия, которые приведут к преодолению трудного и сложного препятствия или проявлению других субъективных признаков научного прекрасного.

Сказанное особенно присуще математической деятельности, в частности, процессу обучения математике. Это относится как к глубокому пониманию понятий, теорем и их доказательств, так и к решению трудных задач. В общем, процесс обучения математике требует больших и длительных умственных усилий, которые невозможно осуществить без устойчивости внимания: в отдельных эпизодах процесса эта устойчивость должна иметь определенную длительность, в противном случае трудно ожидать окончания интересующего нас процесса.

С другой стороны, эстетическая привлекательность математических объектов и процесса обучения математике во многом помогает учащегося сосредоточить свое внимание сравнительно длительной промежуток времени и, тем самым, способствует формированию и развитию устойчивости внимания. И одним из эффективных путей решения этой задачи является привлечение эстетической направленности в процесс обучения.

Интенсивность внимания. Под интенсивностью внимания понимаем то количество духовно-нервной энергии, которое тратится во время осуществления деятельности. Напрячь внимание означает обратить внимание на все компоненты данного предмета, проникнуть вглубь предмета.

Интенсивность внимания прямо пропорциональна значимости и интересности предмета. Так, если для ученика данный учебный предмет важен, интересен, он слушает урок с напряженным вниманием. Авторитет учителя, искренность его слов также держат степень интенсивности на высоком уровне. Интенсивность внимания обратно пропорциональна тому времени, в течение которого происходит действие, то есть, чем меньше времени выделяет человек осуществлению деятельности, тем больше должна быть интенсивность для осуществления деятельности. Например, когда шахматисту остается мало времени для выполнения предусмотренных ходов, он оказывается в цейтноте, где должен играть с максимальной интенсивностью. Интенсивность внимания повышается также, когда необходимо распределить его между несколькими объектами. Необходимо отметить, что длительное напряжение внимания приводит к усталости.

Математическая деятельность требует большого напряжения внимания, и подобная длительная деятельность формирует в личности такие качества, которые позволяют ему без труда напрячь внимание, осуществить действия, протекающие с большой интенсивностью внимания. Во время обучения математике можно достичь повышения качества интенсивности внимания, применяя устные упражнения. Полное запоминание подобного упражнения, исполнение его отдельных требований, синтез и весь процесс решения упражнения в уме, в общем, требуют большую и длительную интенсивность внимания. Учитель должен учесть это обстоятельство, и, конечно, проявить индивидуальный подход, так как данная способность имеет ярко выраженный индивидуальный характер. Здесь лучшим советчиком может быть дидактический принцип доступности, и, двигаясь от простого к сложному, можно за короткий промежуток времени достичь серьезного прогресса даже у ученика, считающегося слабым. Надо отметить, что важным показателем отсутствия качества интенсивности внимания является лень, и повседневные упражнения, способствующие развитию интенсивности внимания во многом помогают устранению этого психического дефекта.

Интересна проблема проявления интенсивности внимания в процессе обучения геометрии, особенно – в построении и применении ее чертежей. Общеизвестно, что чертежи фигур значительно способствуют решению геометрической задачи. Однако решение математической задачи имеет цель не только нахождения ответа на предложенный вопрос. Оно также формирует и развивает ту или иную сторону духовного мира ученика, его психики, что более значимая педагогическая проблема, чем само решение математической задачи.

Помню, когда я был учеником средней школы, любил решать геометрические задачи в уме, без бумаги и чертежей. Однажды мой дядя, который был учеником выпускного класса и имел большой авторитет, зашел к нам домой и, увидев у меня в руках задачник по геометрии, удивился. «Что ты делаешь?», – спросил он. «Решаю задачу», – ответил я. Дядя посмеялся над моей наивностью и выразил одну из антипедагогических и вредных мыслей, какую я когда-либо слышал: «Никто не решает геометрические задачи без чертежей». Я поверил ему и последовал его совету. Действительно, решения задач стали легче. Но через

некоторое время я заметил, что уже не могу решать задачи без чертежей: просто я ленился и не мог напрягать внимание для того, чтоб представить эти чертежи мысленно.

Геометрические задачи, особенно пространственные задачи, касающиеся сечения, доказательства свойств и задачи, связанные с доказательствами в алгебре, требуют последовательную работу мысли и, обычно протекают в условиях напряженного внимания.

Интенсивность внимания тесно связана с другими психическими процессами, в частности, с волей, и особенно с его качеством стойкости. Эти два психических процесса взаимно обогащают друг друга. Необходимо учитывать это в процессе обучения математике: длительная работа, требующая большого напряжения мысли, требует как интенсивности внимания, так и стойкости.

Несомненно, проблема имеет также и эстетическую сторону. Насколько объект интересен и прекрасен, настолько большим будет внимание, требующееся для его изучения, а также интенсивность внимания и стойкость. Вообще, как и в других проявлениях внимания, так и для открытия объективных признаков и проявления субъективных признаков научного прекрасного рассматриваемого объекта большей частью требуется высокая интенсивность внимания.

Колебания внимания. Колебания внимания – самопроизвольные, кратковременные изменения интенсивности внимания, вследствие которых изменяется степень интенсивности чувств и восприятий. Например, если вокруг человека слышится какой-либо слабый звук, скажем тиканье часов, тогда он то слышит тот звук, то перестает его слышать. То же самое происходит и с зрительными объектами. В течение длительного времени невозможно долго смотреть с одной и той же интенсивностью на предмет: наш взгляд непроизвольно переходит на другой предмет. Эти колебания, когда интенсивность внимания ослабевает, кратковременны – 2–12 секунд. Подобные колебания бывают всегда, но когда человек выполняет действия с устойчивым вниманием, они не оказывают существенного влияния на эффективность работ.

У учеников также во время урока бывают колебания внимания, для чего есть много причин. Процесс урока протекает не только с учебным материалом. Там есть

множество других объектов, которые могут быть более привлекательными для внимания ученика, чем учебный материал. Они также свободны для рассмотрения, а учебный материал обязателен: кажется, что то еще одна причина избежать учебного материала.

Проблема более сложна в процессе обучения математике, абстрактные понятия которой и их более чем абстрактные свойства с трудностью привлекают учащегося, их понимание требует интенсивную работу мозга, которая приводит к утомлению, и колебания внимания становятся более частыми. И здесь путем избегания неуместных колебаний внимания является ведение процесса обучения математике по эстетическому руслу, применение внешней и внутренней эстетики математических объектов и признаков научного прекрасного. В частности, здесь имеет важное значение эстетический признак применяемости, без которого только лишь при обучении математике колебания внимания появятся с недопустимой для восприятия частотой, и обучение станет утомительным принуждением.

2. Виды внимания. В психологии внимание классифицируется по образу действий на произвольное, непроизвольное и послепроизвольное, а по виду – на внешнее и внутреннее.

Непроизвольное внимание. Внимание тесно связано с волей. Непроизвольным называется тот вид внимания, который появляется независимо от воли человека, без принуждения и применения силы воли. Зрительные объекты могут привлечь непроизвольное внимание человека своими внешними или внутренними признаками. Соответственно, мы получим внешние и внутренние признаки непроизвольного внимания. Внешними признаками являются громкие и неожиданные звуки, яркие световые явления, острые вкусы, сильные запахи, новизна предмета, явления. Во внутренние признаки непроизвольного внимания входит все то, что интересно и значимо для человека, вызывает профессиональный интерес, связано с любимыми чувствами и важными событиями и так далее.

В процессе преподавания математики особенно очевидно проявляются непроизвольные внутренние признаки внимания. Отметим, к примеру, формирование соответствующей рабочей атмосферы в классе, чему способствуют общие интересы, обсуждения, опросы, которые создают устой-

чивую, не требующую отдельных усилий, атмосферу для сосредоточенности внимания, где проявляется непроизвольное внимание.

В случае непроизвольного внимания не мы обращаем внимание на тот или иной предмет, а они сами привлекают наше внимание. Непроизвольное внимание называют также эмоциональным вниманием, так как все предметы, явления, которые вызывают восхищение, удивление и другие эмоции, сосредотачивают внимание человека на себе. Во время преподавания для формирования у учеников устойчивого внимания необходимо превратить материал в эмоционально насыщенный, интересный и разнообразный, то есть применить факторы, вызывающие непроизвольное внимание.

В случае с математикой, более значима внутренняя, глубинная сторона явления, свойства, задачи, которая своей глубиной и интересностью принуждает человека долго думать над ней, искать пути решения. Часто человек не может вычеркнуть из памяти данную задачу. Необходимо отметить, что устное размышление над математической задачей существенно способствует решению проблем формирования и развития как внимания, так и других душевных явлений. Отметим также, что непроизвольное внимание более связано с внешней эстетикой математических объектов – симметрия, гармония, ритм и другие объективные признаки научного прекрасного способствуют привлечению внимания учащегося к математическому объекту.

Произвольное внимание. Произвольным называется тот вид внимания, который появляется при помощи применений воли, волевых усилий человека. Произвольное внимание появляется, когда человек ставит перед собой определенную цель и прилагает волевые усилия для ее достижения. Подобная ситуация создается также в быту, когда мы вынуждены осуществлять неинтересные для нас действия, выполнение которых однако необходимо.

Необходимо отметить, что математический материал имеет абстрактный характер, его закономерности глубокие и трудно выявляемые. По этой причине обучение математике большей частью сопровождается проявлениями произвольного внимания. В свою очередь математическая деятельность является важнейшим средством развития произвольного внимания учащегося. Приемы мышления, применяемые для понима-

ния понятий, доказательства свойств и, особенно, для решения задач и упражнений, осуществляются благодаря последовательным и постоянным применениям произвольного внимания. Поэтому они также развивают способности проявления произвольного внимания учащегося.

Понятно, что проявления субъективных признаков научного прекрасного могут происходить только в случае присутствия произвольного внимания. А в случае объективных признаков научного прекрасного произвольное внимание необходимо для их понимания.

Послепроизвольное внимание. Произвольные и непроизвольные виды внимания могут заменяться один другим, в зависимости от деятельности человека. Подобным способом появляется послепроизвольное внимание, которое начинается как произвольное внимание и во время деятельности переходит в непроизвольное внимание. Поэтому послепроизвольное внимание имеет такие черты, часть из которых присуща произвольному, а остальные – непроизвольному вниманию. Однако послепроизвольное внимание не совпадает ни с одним из них.

Так, например, ученик должен решить задачу, которая ему неинтересна. Сначала он прилагает волевые усилия, чтоб сосредоточиться и понять задачу. Но во время решения постепенно задача начинает привлекать, заинтересовывать его. На последующих этапах задачи он сосредотачивает внимание без применения волевых усилий. Внимание, которое вначале было произвольным, впоследствии стало непроизвольным. Этот вид внимания называют послепроизвольным. Необходимо заметить, что в данном процессе играет важную роль также эстетическая привлекательность задачи.

Проявления послепроизвольного внимания, как видим, очень характерны для математической деятельности. Для понимания данных любой математической задачи учащийся должен проявить произвольное внимание. Но уже в течение решения эти данные сразу превращаются в его «собственность» и для их запоминания или для того, чтоб обратить на них внимание не требуется особых усилий, то есть внимание уже становится непроизвольным. Учитель обязан учитывать то обстоятельство, что успешное решение задачи во многом обусловлено тем, с какой скоростью произвольное внимание превратилось в непроизвольное, то есть, насколько быстро появилось

послепроизвольное внимание. Так как усилия учащегося должны быть целенаправленными не на эти данные, а на те дальнейшие закономерности, необходимые для решения задачи, которые в основном представлены в виде взаимоотношений между данными. Необходимо также учитывать, что послепроизвольное внимание может удерживать внимание устойчивым и сосредоточенным в течение длительного времени.

Внешнее и внутренне внимание. Внешнее внимание – направление духовной деятельности человека на предметы и явления внешнего мира. Это внимание, проявленное к окружающим звукам, образам, вкусам, запахам. В математике этот вид внимания проявляется при решении геометрических, особенно пространственных задач. И объективные признаки научного прекрасного во многом способствуют проявлению внешнего внимания. Хорошо, аккуратно сделанный чертеж геометрической фигуры на доске, целенаправленное обращение внимания учащихся на симметрии, ритмы и других свойств этих фигур способствуют как удачному решению задачи, так и развитию их внешнего внимания.

Внутреннее внимание направление духовной деятельности человека на собственные мысли, переживания. Внутреннее внимание требует напряженного и устойчивого сосредоточения. Этот вид внимания особенно необходим во время сложной познавательной деятельности.

Весь процесс обучения математике – определения математических понятий, их свойства, решения задач требуют сосредоточения внимания, так как человек в то время абстрагируется от окружающих предметов. Подобная деятельность требует внутреннего устойчивого внимания.

Надо заметить, что внутреннее и внешнее внимание обычно выступают вместе, дополняют друг друга. Это обстоятельство особенно заметно при решении пространственных задач, где успех зависит как от начертания фигур, так и понимания взаимосвязей ее элементов, и без знания этих взаимосвязей невозможно точно, т.е. красиво в соответствии требованиям задачи, выполнять чертежа более или менее серьезных геометрических задач. И, соответственно, для их развития необходимо привлекать в учебный процесс как объективные, так и субъективные признаки эстетики математики. Вообще, опытный учитель в арсенале своего лексикона держит и пос-

тоянно использует выражения из эстетики математики: «красивый чертеж», «красивая теорема» и т.д.

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Таким образом, эффективность преподавания математики во многом обусловлена психическим процессом внимания, разнообразием его проявлений и типов, чему способствует эстетика математических объектов и учебного процесса. И наоборот, наличие указанного психического процесса, разнообразие его проявлений и типов способствуют выявлению объективных признаков математических объектов и субъективных признаков процесса обучения математике.

В то же время эти подходы могут быть применены к другим психическим процессам. В частности, можно продолжить исследования, проведенные в [4], и распространить результаты на весь спектр волевых качеств. Также представляется необходимым предложить некоторые теоретические положения, предложенные здесь, для проверки экспериментально, как это было сделано в [5] для воображения.

Список библиографических ссылок

1. Даниелян М.А., Микаелян В.Г., Микаелян Г.С. Психологические явления в преподавании математики. Внимание. *Математика в школе*, 2000. №56.

2. Микаелян Г.С. Прекрасное и образовательный потенциал математики. Ереван: Эдит Принт, 2015 (на арм. языке).
3. Микаелян Г.С. Формирование волевых качеств учащихся в процессе обучения математике. *Современное образование: научные подходы, опыт, проблемы, перспективы: Сборник статей XIV всероссийской научно-практической конференции «Артемьевские чтения»*. Пенза, 2018. №8
4. Микаелян Г.С. Эстетические основы математического образования: монография. Ереван-Черкассы, 2019.
5. Микаелян М.А., Абрамян Л. Проявления особенностей внимания учащихся средней школы. *Материалы 7-й международной конференции. Ереван, Армения*. Ереван: Эдит Принт, 2019. С. 142-148.
6. Немов Р.С. Общая психология: краткий курс. Санкт-Петербург, 2007.

References

1. Danielian, M.A., Mikaelian, V.H., Mikaelian, H.S. (2000). Psychological phenomena in the teaching of mathematics. Attention. *Mathematics in school*, Yerevan, 5-6.
2. Mikaelian, H.S. (2015). Beauty and educational potential of mathematics. Yerevan: Edith Print. (in Arm.).
3. Mikaelian, H.S. (2018). Formation of students' strong-willed qualities in the process of teaching mathematics. *Modern Education: Scientific Approaches, Experience, Problems, Prospects: Collection of articles of the XIV All-Russian Scientific and Practical Conference "Artyom Readings"*. Penza. 8.
4. Mikaelian, H.S. (2019). Aesthetic foundations of mathematical education. Monograph, Yerevan-Cherkasy.
5. Mikaelian, M.A. Abrahamyan, L. (2019). Manifestations of attention spans for secondary school students. *Materials of the 7th international conference, Yerevan, Armenia*. Yerevan: Edith Print: 142-148.
6. Nemov, R.S. (2007). General Psychology: A Short Course. St. Petersburg.

MIKAELIAN Hamlet,

Doctor Science in Pedagogy, PhD in Physics and Mathematics, Professor,
Head of Mathematics and Methods of Its Teaching Department,
Khachatur Abovyan Armenian State Pedagogical University, Republic of Armenia

AESTHETICS OF MATHEMATICAL EDUCATION AND MENTAL PHENOMENA OF ATTENTION

Summary. Attention is one of the internal properties of a person's mental activity. To pay attention to an object or phenomenon means to direct mental activity to a given object or phenomenon, to make them the content of cognitive and emotional processes. One of the main features of the human mental processes, in particular attention, is a certain orientation, selectivity. Our attention, regardless of us, is attracted to objects, phenomena that are currently significant for us. When we focus our attention on certain objects, their perception becomes clearer. Paying attention to a subject, we focus, selectively direct our mental activity to a given subject and temporarily move away from other subjects. A person will not be able to do anything unless he chooses the most important and significant from what he saw, heard, felt, thought. And it is attention that helps to choose the most important thing and to remove from us what we do not need at the moment.

All the spiritual description of the personality, all its activities are largely due to the ability to organize the process of attention. In particular, success in learning activities is largely due to the student's ability to organize and control their attention. This is especially true for the process of teaching mathematics, since understanding and mastering mathematical texts requires special spiritual and intense forces.

Meanwhile, we cannot always direct our attention to necessary and important objects and phenomena. And

here the aesthetic appeal of objects can play an important role for success. This is especially true for abstract math material. The aesthetics of mathematics can play an important role in concentrating and directing the attention of the student on mathematical objects and on the process of teaching mathematics. And this focus of attention, in turn, helps to solve another important task of spiritual education - the development of the mental phenomenon of attention of the student.

The process of teaching mathematics, like any human activity, is closely connected with various mental phenomena. For the effective organization of this process, the concentration of students' attention on this process is of paramount importance. And the implementation of this goal largely depends on the aesthetic attractiveness of the mathematical material and the process of teaching mathematics. The work is devoted to identifying the features of the manifestations of the mental phenomenon of attention in the process of teaching mathematics and the role of the latter in the formation and development of student attention.

Keywords: objective and subjective signs of scientific beauty; process of teaching mathematics; manifestations of attention; types of attention.

Одержано редакцією 24.12.2019
Прийнято до публікації 18.01.2020